

БНТУ

Кафедра технической физики

Лабораторная работа №132D

**ИЗУЧЕНИЕ ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ
ЭНЕРГИИ, ИМПУЛЬСА
И
МОМЕНТА ИМПУЛЬСА**

*Диалог в настоящей программе
математического моделирования ведется
на английском языке — международном языке
научно-технической информации.*

*При возникновении трудностей используйте англо-русский глоссарий
(Приложение 1), который содержит перевод всех сообщений монитора*

Автор программы моделирования Севастьяненко Виктор Григорьевич

Минск 2010

Введение. Настройка программы

Настоящая программа математического моделирования процессов столкновения требует специальной модульной настройки для ее выполнения в заданных условиях. Настройка осуществляется с помощью "Содержания" ("Contents") и курсорной рамки, положение которой изменяется клавишами вертикального перемещения курсора. Первые четыре модуля программы соответствуют четырем задачам моделирования — столкновение упругих объектов, столкновение неупругих однородных объектов, столкновение неупругих неоднородных объектов и столкновение атомных частиц. Пятый и шестой модули служат для перенастройки алгоритмов моделирования.

Уравнения, описывающие упругое взаимодействие, содержат только массы, скорости и прицельный параметр и не зависят от моментов инерции. Поэтому моделирование упругих столкновений (модуль 1) описывает поведение любых осесимметричных тел (шары, сферы, цилиндры ...). Моделирование же неупругих столкновений (модули 2 и 3) учитывает распределение массы по объему тела (момент инерции) и по этой причине требует настройки на сферическую или цилиндрическую геометрию. Перенастройка осуществляется с помощью модуля 5. При этом сообщение пункта 5 "Содержания" указывает на направление перенастройки, а сообщение монитора ниже "Содержания" указывает на текущую настройку системы.

Модуль 6 позволяет переопределять цвета монитора для получения копии экрана на черно-белом принтере. Сообщение пункта 6 "Содержания" указывает на направление перенастройки, а сообщение внизу экрана указывает на текущую цветовую настройку системы.

Особенностью моделирования столкновений в модулях 1, 2, 3 является вывод результатов моделирования в трех окнах. Это дает возможность сравнивать изучаемое явление при различных начальных условиях, что значительно расширяет возможности изучения физических процессов.

После того, как все три окна заполнены, дальнейшее выполнение программы можно осуществлять двумя путями. С помощью клавиши "Esc" можно вернуться в "Содержание" и затем вновь приступить к моделированию в данном модуле или любом другом. Второй путь, часто более удобный, состоит в задании номера окна, которое при этом очищается и готово для продолжения моделирования. Этот путь позволяет сохранять информацию в любом окне, меняя ее в других окнах, подбирая более удачные варианты, исправляя ошибочные и т.д.

Заметим, что второй путь произвольной очистки окон не предусмотрен при настройке системы на получение копии экрана на принтере. Контрастная черно-белая картина на экране, утомительная для глаз, не предназначена для длительной работы — все три варианта, которые желательно получить в твердой копии, должны быть отобраны заранее.

Отметим также, что возврат в "Содержание" возможен на любой стадии работы системы.

Ошибки ввода можно исправлять клавишей ← (Backspace), которая находится выше клавиши ввода Enter.

Законы сохранения энергии, импульса и момента импульса

Законы сохранения энергии, импульса и момента импульса являются фундаментальными законами природы и управляют огромным количеством разнообразных физических явлений. Указанные законы сохранения являются следствием основного уравнения механики — закона Ньютона и свойств симметрии пространства и времени.

Закон сохранения энергии связан с однородностью времени и говорит о том, что в замкнутой системе при условии, что между телами действуют только консервативные силы (т.е. отсутствуют сила трения, неупругие взаимодействия и т. д.) полная механическая энергия системы сохраняется:

$$K + U = \text{const.} \quad (1)$$

Здесь K — кинетическая энергия, U — потенциальная.

При отсутствии силовых полей сохраняется кинетическая энергия

$$K = \sum K_i = \sum \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \text{const.} \quad (2)$$

Закон сохранения импульса связан с *однородностью* пространства. В замкнутой системе при отсутствии внешних сил полный импульс системы сохраняется:

$$\vec{P} = \sum \vec{P}_i = \sum m_i \vec{v}_i = \text{const.} \quad (3)$$

Диссипативные силы, если они являются для системы тел внутренними, на величину полного импульса не влияют. Поэтому закон сохранения импульса справедлив и при неупругом взаимодействии.

Закон сохранения момента импульса связан с *изотропностью* пространства, т.е. с равноправностью всех направлений. В замкнутой системе при отсутствии внешних моментов сил полный момент импульса системы сохраняется:

$$\vec{L} = \sum \vec{L}_i = \sum [\vec{r}_i \vec{p}_i] = \text{const.} \quad (4)$$

Здесь \vec{r}_i , \vec{p}_i - радиусы векторы тел и их импульсы. Внутренние диссипативные силы на величину момента импульса не влияют.

1. Упругие взаимодействия

Законы сохранения энергии и импульса удобно изучать на примере столкновения абсолютно упругих тел. При любом взаимодействии двух или большего числа тел происходит передача импульса и энергии от одних тел к другим. При этом, как правило, часто механической энергии (кинетическая и потенциальная энергия упругих деформаций) переходит в тепловую или в другие виды внутренней энергии (электронное возбуждение, колебания молекул и т.д.). Это соответствует неупругому соударению с диссипацией энергии.

В чистом виде упругое взаимодействие встречается при соударении атомных частиц. Если при этом не происходит возбуждение внутренних степеней свободы, частицы после соударения разлетаются без изменения внутренней энергии. При столкновении макроскопических тел потери энергии на трение и неупругие деформации неизбежны, однако во многих случаях эти потери невелики и упругое столкновение может служить хорошей моделью для изучения взаимодействия реальных тел. Диссипация энергии мала при взаимодействии объектов из стали и твердых сплавов, из резины и ряда типов пластмасс.

Удобными объектами для изучения законов сохранения в механике являются тела сферической или цилиндрической формы. Простая и универсальная геометрическая форма шаровой или цилиндрической поверхности позволяет легко описывать соударение математически. В то же время столкновение сферически симметричных объектов часто встречается, например, в атомной и молекулярной физике.

Процесс удара можно разделить на две фазы. В первой фазе с момента соприкосновения соударяющихся тел происходит деформация сжатия этих тел, в результате которой возникают силы, тормозящие сближение тел. При этом часть кинетической энергии тел переходит в потенциальную энергию их деформации (частично и в тепловую и другие виды внутренней энергии в случае неупругого удара). В этот момент взаимодействующие тела похожи на сжатые пружины. После этого происходит преобразование потенциальной энергии деформации в кинетическую, возрастающую до тех пор, пока соприкосновение тел не прекратится. После упругого удара тела восстанавливают свою форму и разлетаются с новыми скоростями. Упругий удар предполагает отсутствие сил трения.

Рассмотрим упругое соударение двух шаров или цилиндров радиусов R_1, R_2 с массами m_1, m_2 , имеющих первоначальные скорости \vec{v}_1, \vec{v}_2 (рис. 1а).

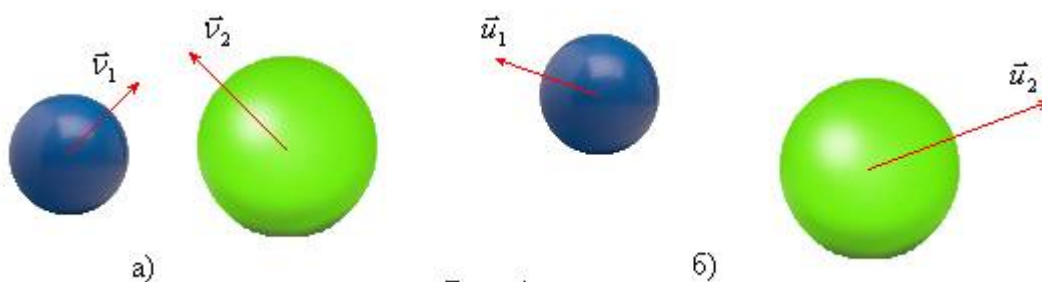


Рис. 1

После столкновения тела приобретают скорости \vec{u}_1, \vec{u}_2 (рис. 1б). Экспериментальное изучение этого, на первый взгляд простого физического явления затруднительно, т.к. не существует простых измерительных систем, позволяющих регистрировать векторные значения скоростей тел после взаимодействия. Математическое же моделирование легко решает эту проблему, а использование в процессе моделирования полной системы уравнений, описывающих явление, позволяет получить адекватную физическую картину. Законы сохранения импульса и энергии имеют вид (все рассмотрение ведется в нерелятивистском приближении)

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \quad (5)$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \quad (6)$$

Система уравнений (5) – (6) достаточна для нахождения скоростей \vec{u}_1, \vec{u}_2 после столкновения. Уравнение сохранения момента импульса для упругого столкновения является следствием уравнения (5) и новой информации не содержит.

В общем случае анализ и решение системы уравнений (5) – (6) достаточно сложны. Уравнение (5) векторное и должно быть записано в проекциях, (6) – нелинейное.

Обычный метод упрощения задачи столкновения состоит в том, что выбирают систему отсчета, в которой второе тело до соударения покоится. В этом случае $\vec{v}_2 = 0$, и в левых частях уравнений (5) и (6) остается по одному члену. Если не изменять обозначения для остальных скоростей, система (5) и (6) перейдет в систему

$$m_1\vec{v}_1 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 \quad (7)$$

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2 \quad (8)$$

Для решения системы (7) – (8) нужно записать уравнение (7) в проекциях и использовать условие передачи импульса по нормали к поверхности второго тела. Это условие связано с тем, что при отсутствии трения между телами первое тело полностью сохраняет свою касательную компоненту импульса и передает второму телу часть нормальной компоненты импульса. По этой причине второе тело после удара всегда движется по направлению нормальной компоненты импульса.

Решение уравнений (7) – (8) в общем случае достаточно громоздко, и без использования компьютеров его анализ затруднителен. Это решение заложено в алгоритм математического моделирования, и на экране монитора Вы можете изучать явление соударения при любых начальных условиях.

Вместе с тем, ряд важных частных решений может быть легко получен из уравнений (7) – (8), и Вы должны сравнить результаты рассмотрения с компьютерным экспериментом.

1.1 Центральное столкновение упругих шаров

При центральном упругом ударе скорость налетающего тела v_1 направлена вдоль линии центров (прицельный параметр $\Delta=0$) (рис. 2а)

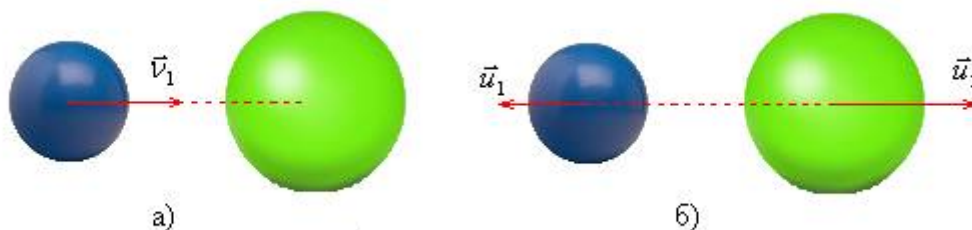


Рис. 2

В этом случае скорости тел после соударения \vec{v}_1 и \vec{v}_2 также направлены вдоль линии центров (рис. 2б), уравнение (7) переходит в скалярное, и система (7), (8) легко решается.

Запишем для этого случая уравнения (7) – (8), разделив их предварительно на m_1 :

$$v_1 = u_1 + \frac{m_2}{m_1} u_2 \quad (9)$$

$$v_1^2 = u_1^2 + \frac{m_2}{m_1} u_2^2 \quad (10)$$

Возведем уравнение (9) в квадрат и вычтем из него уравнение (10):

$$u_2 \left[2u_1 \left(\frac{m_2}{m_1} - 1 \right) u_2 \right] = 0 \quad (11)$$

Случай $u_2 = 0$ тривиальный, он соответствует несостоявшемуся соударению. Для $u_2 > 0$ из (11) следует

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{2m_1} u_2 \quad (12)$$

Подставляя (12) в (9), получим

$$u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 \quad (13)$$

Далее из (12) и (13) получаем

$$u_1 = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1 \quad (14)$$

Формулы (13) и (14) дают ответ на поставленный вопрос. Второй шар всегда движется в сторону скорости v_1 , для первого шара результат зависит от соотношения m_1 , m_2 . Рассмотрим различные варианты.

Смоделируйте центральное упругое столкновение шаров равных масс, для чего введите с клавиатуры параметры задания 1.1:

R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u_1	u_2	K_1 / K_0	K_2 / K_0	θ
1	1	0	1	1	100					
1	3	0	1	1	100					
3	1	0	1	1	100					

Заметим, что все значения параметров в заданиях имеют рекомендательный характер. Вы можете вводить другие параметры по своему усмотрению в пределах, допускаемых алгоритмом программы. Возможные значения параметров содержатся в сообщениях монитора в окнах моделирования. Необходимо лишь исследовать все различные случаи, которые реализуются в данном физическом явлении. К каждому заданию в рабочей тетради заполните протокол эксперимента по образцу, приведенному в Приложении 2.

Размерности и значения начальных параметров

Радиусы шаров R_1 и R_2 и прицельный параметр Δ не входят в уравнения сохранения, поэтому единицы измерения этих величин не имеют значения, они должны лишь иметь одинаковую размерность (м, см, мм,...). Массы взаимодействующих тел входят в уравнения сохранения (7)—(8) линейно во все члены, поэтому масштаб измерения масс также не имеет значения, лишь обе массы должны быть выражены в одинаковых единицах (г, кг,...). Скорости всех тел до соударения и после соударения входят в уравнения сохранения (7)—(8) во все члены в одинаковой степени, поэтому масштаб измерения скоростей может быть произвольным. Скорости тел после взаимодействия будут иметь ту же размерность, что и скорость до соударения (м/с, см/с,...). Сама величина v_1 может быть задана в пределах 1...100. Удобно задавать эту величину равной 1,10 или 100, т.к. с этой величиной легко сравнивать скорости u_1 и u_2 после взаимодействия. От величины v_1 зависят скорость протекания явления на экране монитора и точечная маркировка траекторий центров взаимодействующих тел. При упругом столкновении траектории движения просты (прямые линии), и можно использовать максимальную скорость $v_1 = 100$. В дальнейшем, при изучении сложных траекторий неупругих взаимодействий точечная маркировка, при больших скоростях может оказаться недостаточной для детального исследования движения тел и там часто будет необходимо использовать меньшие значения начальной скорости.

После того, как Вы ввели значения начальной скорости, на экране монитора проявится вектор скорости \vec{v}_1 , приложенный в центре налетающего шара и вектор импульса \vec{P} , приложенный в центре масс взаимодействующих тел. В дальнейшем особое внимание уделяйте движению центра масс тел. Независимо от траекторий разлетающихся шаров центр масс (и связанный с ним полный импульс системы) всегда движется с одной скоростью по одному направлению.

Одновременно с заданием скорости в окне моделирования появляются диаграммы, показывающие изменение кинетической энергии $K = \frac{1}{2}mv^2$ каждого из тел. Вначале вся энергия принадлежит первому телу, в соответствии с чем диаграмма первого тела наполнена ($K1/K0=1$), а второго пуста ($K2/K0=0$). После столкновения энергия частично или полностью передается второму телу, что и демонстрируется перезаполнением энергетических диаграмм.

Итак, Вы убедились, что независимо от размеров тел при одинаковых массах происходит обмен скоростями и энергиями. Рассмотрите случай $m_1 > m_2$ (задание 1.2):

R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u_1	u_2	K_1 / K_0	K_2 / K_0	θ
2	1	0	2	1	100					
5	1	0	5	1	100					
10	1	0	100	1	100					

Обратите внимание, что в соответствии с формулой (13) скорость второго шара с ростом отношения $\frac{m_2}{m_1}$ приближается к $2v_1$. Это наибольшая скорость, с которой может двигаться второе тело. В то же время доля энергии, которую уносит легкий шар, уменьшается и стремится к нулю.

Рассмотрите случай $m_1 < m_2$ (задание 1.3):

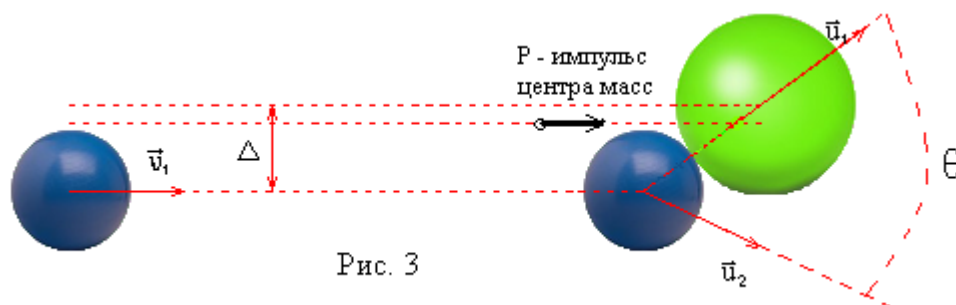
R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u_1	u_2	K_1 / K_0	K_2 / K_0	θ
1	2	0	1	2	100					
1	3	0	1	3	100					
1	10	0	1	100	100					

Проследите, как увеличивается скорость отскочившего тела, в то время как доля передаваемой энергии уменьшается. К чему стремится скорость первого тела с ростом m_2 / m_1 ?

1.2 Нецентральное столкновение упругих шаров

При нецентральном столкновении упругих шаров ($\Delta \neq 0$) происходит их разлет с углом разлета θ (рис. 3.)

Для того, чтобы выяснить общий характер поведения шаров после столкновения, воспользуемся законами сохранения импульса и энергии.



Возведем уравнение сохранения импульса (7) в квадрат по правилам скалярного умножения векторов:

$$m_1^2 v_1^2 = m_1^2 u_1^2 + 2m_1 m_2 \vec{u}_1 \vec{u}_2 + m_2^2 u_2^2 \quad (9)$$

а уравнение сохранения энергии (8) умножим на множитель $2m_1$:

$$m_1^2 v_1^2 = m_1^2 u_1^2 + m_1 m_2 u_2^2. \quad (10)$$

Вычтя (10) из (9), получим:

$$\vec{u}_1 \vec{u}_2 = \frac{m_1 - m_2}{2m_1} u_2^2 \quad (11)$$

Исключая тривиальный случай $u_2=0$ (столкновение не произошло) из (11) получаем следующие возможности:

$$m_1 = m_2 \Rightarrow \vec{u}_1 \vec{u}_2 = u_1 u_2 \cdot \cos \theta = 0 \quad \Rightarrow \theta = \pi / 2$$

$$m_1 > m_2 \Rightarrow u_1 u_2 \cdot \cos \theta > 0 \quad \Rightarrow \theta < \pi / 2$$

$$m_1 < m_2 \Rightarrow u_1 u_2 \cdot \cos \theta < 0 \quad \Rightarrow \theta > \pi / 2$$

Итак, в случае равных масс разлет осуществляется под прямым углом. При столкновении тяжелого тела с легким угол разлета острый, и при столкновении легкого тела с тяжелым угол разлета тупой. Все эти случаи наблюдаются в атомной физике при упругом рассеянии атомных частиц.

Смоделируйте и внимательно рассмотрите все указанные возможности. Рекомендуемые параметры приведены в нижеследующих заданиях:

Задание 1.4 ($m_1 = m_2$):

R ₁	R ₂	Δ	m ₁	m ₂	v ₁	u ₁	u ₂	K ₁ /K ₀	K ₂ /K ₀	θ
10	10	5	1	1	100					
10	10	10	1	1	100					
10	10	19	1	1	100					

Задание 1.5 ($m_1 > m_2$):

R ₁	R ₂	Δ	m ₁	m ₂	v ₁	u ₁	u ₂	K ₁ /K ₀	K ₂ /K ₀	θ
20	10	5	2	1	100					
20	10	15	2	1	100					
20	10	25	2	1	100					

Задание 1.6 ($m_1 < m_2$):

R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u_1	u_2	K_1 / K_0	K_2 / K_0	θ
10	20	5	1	2	100					
10	20	10	1	2	100					
10	20	29	1	2	100					

Занесите в протокол углы разлета, скорости и энергии тел. Можете задать и другие параметры, в частности рассмотреть случай столкновения очень легкого тела с тяжелым ($m_1 \ll m_2$) и очень тяжелого с легким ($m_1 \gg m_2$).

Для любых трех разобранных случаев Вы можете получить копию экрана на принтере. Для этого перенастройте систему в режим черно-белого изображения, введите необходимые параметры и нажмите клавишу "Print". Перед этим убедитесь, что в принтер вставлен лист бумаги и горит сигнал "On Line".

2. Неупругое соударение однородных тел

При неупругом ударе деформации, возникшие при сжатии тел, не исчезают полностью, и часть кинетической энергии переходит во внутреннюю энергию шаров и тепловую. Простейшим случаем является абсолютно неупругий удар, когда в момент выравнивания скоростей силы взаимодействия полностью исчезают и тела движутся дальше как одно целое. Моделью абсолютно неупругих тел могут служить свинцовые или пластилиновые шары, попадание пули в ящик с песком, стоящий на тележке и т.д. В атомной физике неупругие взаимодействия образуют важный класс взаимодействий, когда одна из частиц захватывается другой.

При неупругом соударении кинетическая энергия в общем виде не сохраняется, часть ее переходит в тепло (процесс диссипации). При соударении атомных частиц кинетическая энергия переходит во внутреннюю (электронное, колебательное или вращательное возбуждение).

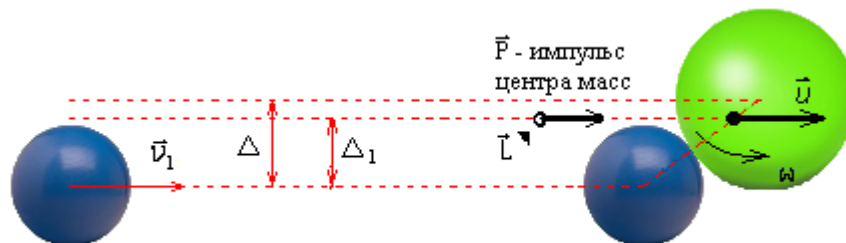


Рис. 4

Так как закон сохранения механической энергии теперь не выполняется, для полного описания движения необходимо привлечь закон сохранения момента импульса. Для столкновения двух тел законы сохранения импульса и момента импульса имеют вид:

$$P_0 = m_1 v_1 = P = (m_1 + m_2) u \quad (15)$$

$$L_0 = m_1 v_1 \Delta_1 = L = I \omega \quad (16)$$

Уравнения (15) и (16) записаны в скалярном виде, направления векторов скоростей совпадают, а направление вектора угловой скорости ω совпадает с направлением вектора момента импульса (рис. 4).

Момент импульса в (16) выражен через прицельный параметр Δ_1 - расстояние от линии скорости до центра масс системы. Можно выразить момент импульса и через обычное прицельное расстояние Δ

$$L_0 = \mu v_1 \Delta \quad (17)$$

однако теперь в качестве массы в (17) фигурирует приведенная масса

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}. \quad (18)$$

Момент инерции I в (16) есть

$$I = I_1 + I_2 + \mu(R_1 + R_2)^2 \quad (19)$$

где I_1 и I_2 – моменты инерции сталкивающихся тел относительно своих геометрических осей, последний член в (19) появился согласно теореме Штейнера. Моменты инерции сплошного шара и сплошного цилиндра равны соответственно $\frac{2}{5} mR^2$ и $\frac{1}{2} mR^2$.

Из уравнения (15) находится скорость движения центра масс образовавшейся связанной системы, из уравнения (16) угловая скорость вращения. Если скорость v_1 и размеры R_1 и R_2 выражать в соответствующих масштабах (м — м/с, см — см/с,..) то ω будет выражена в радианах в секунду с^{-1} .

2.1 Баланс энергии для неупругого удара

Кинетическая энергия налетающего тела $K_0 = \frac{1}{2} m v_1^2$ в момент столкновения переходит в тепло Q и частично в кинетическую энергию образовавшейся связанной системы.

О кинетической энергии каждого из соединенных тел говорить трудно, т.к. оба тела непрерывно обмениваются кинетической энергией. В некоторые моменты времени кинетическая энергия одного из тел может даже обращаться в нуль. В эти моменты это тело останавливается, вся кинетическая энергия переходит к другому телу, которое движется в это время с наибольшей возможной для данного случая скоростью. Этим моментом соответствуют точки излома (пики) на траектории движения (циклоиде).

Обратите внимание на случаи такого рода.

В связи с указанными особенностями балансовые диаграммы энергии выглядят для неупругого столкновения отлично от диаграмм для упругого столкновения. Вся кинетическая энергия первого тела переходит в три вида энергии:

$$K_{tr} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)u^2 \quad (20)$$

- поступательная энергия (translation) системы,

$$K_{rot} = \frac{1}{2}I\omega^2 \quad (21)$$

- вращательная энергия (rotational) системы и тепловая энергия (диссипация)

$$Q = K_0 - (K_{tr} + K_{rot}) \quad (22)$$

Поступательная энергия от прицельного параметра не зависит и полностью определяется массами тел и начальной скоростью. Соотношение между K_{rot} и Q зависит от прицельного расстояния. При лобовом столкновении $K_{rot} = 0$, и в тепло переходит максимально возможная часть энергии, при касательном столкновении диссипация минимальна.

Заметим, что касательное столкновение при неупругом взаимодействии является обычным соударением, тогда как при упругом ударе касательное взаимодействие есть отсутствие столкновения.

Приступите к моделированию неупругих взаимодействий. Рассмотрите вначале центральное столкновение (задание 2.1):

R ₁	R ₂	Δ	m ₁	m ₂	v ₁	u	ω	K _{tr} / K ₀	K _{rot} / K ₀	Q / K ₀
1	1	0	1	1	100					
1	2	0	1	2	100					
2	1	0	2	1	100					

Составьте протокол эксперимента. Чему равны скорости связанной системы во всех трех случаях? Эти результаты понадобятся Вам при анализе атомных столкновений. Можете рассмотреть еще ряд случаев с другим соотношением масс (задание 2.2):

R ₁	R ₂	Δ	m ₁	m ₂	v ₁	u	ω	K _{tr} / K ₀	K _{rot} / K ₀	Q / K ₀
10	1	0	10	1	100					
10	1	0	100	1	100					
2	10	0	1	10	100					

Нецентральный удар

Клавишей *F1* можно включить режим индикации области контакта объектов при неупругом ударе. Проведите моделирование неупругого взаимодействия при нецентральной ударе.

Изучите зависимость u , Q и ω от Δ :

Задание 2.3:

R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u	ω	K_{tr} / K_0	K_{rot} / K_0	Q / K_0
10	10	10	1	1	100					
10	10	15	1	1	100					
10	10	20	1	1	100					

Наибольшая скорость вращения возникает при касательном соударении. Изучите картину взаимодействия при касательном ударе. Обратите внимание на момент, когда одно из тел останавливается или даже движется в сторону, противоположную движению центра масс. Рассмотрите случаи столкновения шаров различных размеров (Задание 2.4.), различных масс (Задание 2.5. и 2.6.), различных размеров и масс (Задание 2.7.)

Задание 2.4:

R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u	ω	K_{tr} / K_0	K_{rot} / K_0	Q / K_0
1	1	2	1	1	100					
1	2	3	1	1	100					
2	1	3	1	1	100					

Задание 2.5:

R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u	ω	K_{tr} / K_0	K_{rot} / K_0	Q / K_0
1	1	2	1	1	100					
1	1	2	1	2	100					
1	1	2	2	1	100					

Задание 2.6 (Столкновение легкого шара с тяжелым того же размера)

R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u	ω	K_{tr} / K_0	K_{rot} / K_0	Q / K_0
1	1	2	1	5	100					
1	1	2	1	10	100					
1	1	2	1	20	100					

Задание 2.7 (Столкновение легкого шара с тяжелым разных размеров)

R_1	R_2	Δ	m_1	m_2	v_1	u	ω	K_{tr} / K_0	K_{rot} / K_0	Q / K_0
1	1	2	1	10	100					
1	5	6	1	10	100					
5	1	6	1	10	100					

3. Неупругое соударение неоднородных тел

Многие тела в природе и технике, обладающие сферической или осевой симметрией, не обладают однако однородной плотностью вдоль радиуса. Так многие планеты имеющие форму, близкую к шаровой, обладают тяжелым ядром, т.е. их масса сосредоточена вблизи центра. Другой крайний случай представляет собой тонкие сферические тела, вся масса которых сосредоточена вблизи поверхности.

Классический пример последних тел — футбольный мяч. Такие неоднородные тела, обладая даже одинаковой массой, могут иметь существенно отличающиеся моменты инерции, а, следовательно, будут вести себя в неупругих столкновениях различным образом. Так сферическое тело массы m и радиуса R может обладать моментом инерции от 0 — когда вся масса сосредоточена в центре сферы до $\frac{2}{3}mR^2$ когда вся масса распределена в тонком

сферическом слое. Промежуточное значение момента инерции $\frac{2}{5}mR^2$ соответствует однородному сплошному шару.

Чтобы описать все случаи распределений плотности в сферическом теле, можно момент инерции такого тела выразить в виде

$$I = k_u m R^2, \quad (23)$$

где k_u — коэффициент однородности (*uniformity*), который принимает для тела сферической формы значения

$$k_u^s = 0 \dots 0.4 \dots 0.667. \quad (24)$$

Проведите моделирование касательного столкновения тяжелого метеорита с планетами одинаковых размеров и масс, но различного внутреннего строения — с легким ядром ($k_u = 0.667$) однородной планеты ($k_u = 0.4$) и с тяжелым ядром ($k_u = 0$)

Обратите внимание, какая из планет будет сильнее "кувыркаться" от встречи с таким гостем. Хотя коэффициент однородности малого тела — метеорита не имеет существенного значения для данного явления, мы рекомендуем обязательно рассмотреть последний вариант задания 3.1, когда оба сталкивающихся тела *безинерционны* — вся масса их сосредоточена вблизи центра. Обратите внимание на превращение энергии в этом уникальном случае', при касательном *неупругом* столкновении таких тел диссипация *отсутствует*.

Задание 3.1

R_1	R_2	k_{u1}	k_{u2}	Δ	m_1	m_2	v_1	u	ω	K_{tr}/K_0	K_{rot}/K_0	Q/K_0
1	10	0.67	0.67	11	1	10	100					
1	10	0.4	0.4	11	1	10	30					
1	10	0	0	11	1	10	10					

Еще большие различия в поведении тел с различным внутренним строением представляют цилиндрические объекты. Это связано с тем, что у тел цилиндрической геометрии разница в моментах инерции тел с легкой и тяжелой осью больше, чем у тел сферической формы. Коэффициент однородности тел цилиндрической формы может меняться в пределах

$$k_u^c = 0 \dots 0.5 \dots 1. \quad (25)$$

Поэтому цилиндрические маховики обладают гораздо большей инерционностью, чем сферические.

Проведите моделирование касательного столкновения легкого тела (пули) с цилиндрическими маховиками с различным внутренним строением.

Обратите внимание на превращение энергии в последнем варианте.

Вы можете получить копию экрана для неупругого соударения однородных или неоднородных тел.

Задание 3.2 (Перестройте систему на цилиндрическую симметрию)

R_1	R_2	k_{u1}	k_{u2}	Δ	m_1	m_2	v_1	u	ω	K_{tr}/K_0	K_{rot}/K_0	Q/K_0
1	10	1	1	11	1	3	100					
1	10	0.5	0.5	11	1	3	30					
1	10	0	0	11	1	3	10					

Примечание

Сфера использования настоящей программы компьютерного моделирования столкновений тел существенно шире чем область, охваченная перечисленными выше примерами.

Уравнения (15) — (16) описывают взаимодействие любых тел со сферической или цилиндрической симметрией, имеющих заданные массы и моменты инерции. Моменты инерции любых таких тел могут быть выражены в виде $k_u m R^2$, где R — внешний радиус тела и k_u находится из соотношения (23). Поэтому, перейдя в режим моделирования столкновений неоднородных цилиндрических тел, можно наблюдать на экране значительно более широкий класс явлений.

Так, задав в одном окне значения $k_{u1} = 0.4$ и $k_{u2} = 0.4$, в другом $k_{u1} = 0.5$ и $k_{u2} = 0.5$, в третьем $k_{u1} = 0.4$ и $k_{u2} = 0.5$, можно одновременно наблюдать и изучать различия при неупругом столкновении двух шаров, двух сплошных цилиндров и шара с цилиндром.

Задав в соответствующих окнах значения $k_{u1} = k_{u2} = 0.67$, $k_{u1} = k_{u2} = 1$, $k_{u1} = 0.67$ и $k_{u2} = 1$, можно наблюдать столкновение двух сфер, двух тонких цилиндров и сферы с цилиндром.

Подбирая соответствующие значения коэффициентов неоднородности, можно моделировать одновременно столкновения любых трех комбинаций цилиндрических и сферических объектов с любым распределением плотности по радиусу.

Более того, программа позволяет моделировать столкновение любых несферических и нецилиндрических тел, обладающих осевой симметрией. Это могут быть эллипсоиды вращения, различные тела сложной формы, составленные из наборов цилиндрических, сферических, конических, параболических и других тел. Единственное условие — движение должно происходить в плоскости, нормальной к оси симметрии и столкновение должно происходить в области максимального радиуса.

4. Анализ соударений атомных частиц

Изученные Вами типы взаимодействий осуществляются также и при столкновении микрочастиц — молекул атомов, ионов, ядер, электронов, протонов и т.д. Треки заряженных частиц становятся видимыми в специальных устройствах-камерах или при пролете частиц через ядерные фотоэмульсии.

В камере Вильсона газ (воздух, гелий, аргон, азот), насыщенный водяным паром (или смесь паров воды и спирта) внезапно адиабатически расширяется. При этом пар охлаждается и становится перенасыщенным. Конденсации, однако, не происходит, т.к. среда в камере тщательно очищена от пыли. Заряженные частицы, пролетающие в камере, ионизуют на своем пути атомы и молекулы газов в камере, и на образовавшихся ионах сразу же начинается конденсация перенасыщенного пара. Так образуются треки — туманные следы частиц на темном фоне.

По типу и характерным особенностям треков можно сделать заключение о виде взаимодействия и массах частиц. Если камеру Вильсона поместить в магнитное поле, по искривлению треков можно судить о знаке заряда и скорости частиц. Аналогичные фотографии треков получают также в диффузионных камерах (в которых перенасыщенный пар образуется за счет диффузии из горячей области камеры в холодную), в

пузырьковых камерах (треки проявляются в виде цепочек пузырьков в перегретой жидкости, очищенной от центров парообразования (обычно в жидком водороде). При этом парообразование вызывают ионы вдоль пути атомной частицы. В искровых камерах треки заряженных частиц становятся видимы, когда они пролетают между пластинами в очень сильном электрическом поле, близком к пробойному. Ионизация газа в небольшой области, находящегося в критическом электрическом поле, приводит к микроскопическому пробою, что регистрируется как небольшая искра. Путь заряженной частицы виден таким образом как цепочка искровых разрядов.

В настоящей работе моделируются треки двух типов атомных соударений — упругое рассеяние и неупругий захват. При упругом рассеянии можно определить соотношение масс частиц по углу рассеяния (разлета). Трек налетающей частицы несколько длиннее треков разлетающихся частиц. Цвета сохранены те же, что и в моделировании столкновений макроскопических тел — трек первой частицы голубой, второй — фиолетовый.

При захвате трек связанной системы коричневого цвета. В этом случае соотношение масс определяется скоростью образовавшейся частицы.

Конечно, треки, которые моделируются в данной работе, представляют собой лишь малую часть всех видов треков атомных частиц. Эти треки относятся лишь к упругому рассеянию медленных (нерелятивистских) частиц и к захвату частиц без выделения ядерной энергии. Большое количество треков в реальных условиях связано с ядерными реакциями, рождением пар, аннигиляцией, взаимодействием релятивистских частиц, в том числе — квантов и т.д.

Однако и изученные Вами типы взаимодействия встречаются часто.

Вы должны проанализировать 18 типов взаимодействия, смоделированных программой. Заполнение протокола наблюдений производится непосредственно на экране монитора с помощью соответствующих клавиш.

При необходимости уточнить значение угла разлета при рассеянии или скорости частиц после столкновения при захвате можно воспользоваться измерительным микроскопом. Клавиши управления микроскопом показаны на экране.

После заполнения протокола программа анализирует Ваш результат и показывает ошибки. Если ошибок нет, программа выдает "OK"

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- 1) Сформулируйте и запишите закон сохранения механической энергии в замкнутой системе в отсутствие диссипативных сил.
- 2) Запишите закон сохранения энергии для упругого столкновения двух тел.
- 3) Сформулируйте и запишите закон сохранения импульса в замкнутой системе.
- 4) Запишите закон сохранения импульса для упругого столкновения двух тел.
- 5) Что такое центр масс и как он определяется?
- 6) Опишите центральное упругое столкновение двух тел одинаковой массы ($m_1 = m_2$). Как изменяется скорость (по величине и направлению) и кинетическая энергия первого тела? Куда направлена и чему равна скорость второго тела? Какую часть кинетической энергии приобретает второе тело?
- 7) То же для случая столкновения легкого тела с тяжелым ($m_1 < m_2$).
- 8) То же для случая столкновения тяжелого тела с легким ($m_1 > m_2$).
- 9) Выведите закон разлета при упругом нецентральной ударе. От чего зависит угол разлета? Перечислите все случаи.
- 10) Сформулируйте и запишите закон сохранения момента импульса в замкнутой системе.
- 11) Запишите закон сохранения импульса для неупругого соударения двух тел. Что определяет этот закон?
- 12) Запишите закон сохранения момента импульса для неупругого соударения двух тел. Что определяет этот закон?
- 13) Запишите закон превращения энергии для неупругого соударения двух тел.
- 14) От чего зависят доли поступательной, вращательной и тепловой энергии при неупругом соударении.
- 15) Какой вид имеют траектории движения тел после неупругого взаимодействия. Можно ли говорить о кинетической энергии каждого из тел после соударения?
- 16) Какие свойства упругого соударения можно использовать при анализе рассеяния атомных частиц?
17. Какие свойства неупругого соударения можно использовать при анализе захвата атомных частиц?

ПРИЛОЖЕНИЕ 1. Глоссарий программы

After collision — После соударения

All the Mass is located in the Center — Вся масса сосредоточена в центре

Analysis of Collisions (Scattering) of the Atomic Particles — Анализ столкновений (рассеяния) атомных частиц

Before collision — До соударения

Capture — Захват

Coefficient of Uniformity — Коэффициент однородности

Colors are defined for Computer Experiment — Цвета определены для компьютерного эксперимента

Colors are defined for Printing of the Copy of Screen — Цвета определены для печати копии экрана

Conservation of Linear Momentum — Сохранение импульса

Conservation of Momenta (Linear and Angular) — Сохранение импульса и момента импульса

Contents — Содержание

Enter — Введите

Enter the Number of Window for Cleaning — Введите номер окна для очистки

Exit — Выход

here — Здесь

In a considering System of Reference Velocity of the second Body before Collision — В рассматриваемой системе отсчета скорость второго тела до соударения

Masses' Relation — Соотношение масс

Mode of Interaction — Тип взаимодействий

Moment of Inertia of Cylindrical Body — Момент инерции цилиндрического тела

Moment of Inertia of Spherical Body — Момент инерции сферического тела

Nonelastic Collisions of Uniform Balls — Неупругие соударения однородных шаров

Nonelastic Collisions of Uniform Cylinders — Неупругие соударения однородных цилиндров

Nonelastic Collisions of Non-Uniform Balls — Неупругие соударения неоднородных шаров

Nonelastic Collisions of Non-Uniform Cylinders — Неупругие соударения неоднородных цилиндров

Press any key — Нажмите любую клавишу

Re-Adjusting of System for Simulation of Collisions of Cylindrical Objects — Перенастройка системы для моделирования соударений цилиндрических объектов

Re-Adjusting of System for Simulation of Collisions of Spherical Objects — Перенастройка системы для моделирования соударений сферических объектов

Re-Definition of Colors for Computer Experiment — Переопределение цветов для

компьютерного эксперимента

Re-Definition of Colors for Printing of the Copy of Screen — Переопределение цветов Для печати копии экрана

Scales — Масштабы (скоростей) *Scattering* — Рассеяние

Simulation of Elastic Collision of the Balls and Cylinders — Моделирование упругих соударений шаров и цилиндров

Study of the Laws of Conservation of Energy, Linear and Angular Momentum — Изучение законов сохранения энергии, импульса и момента импульса

System is Adjusted for Simulating of Collisions of Cylindrical Objects — Система настроена для моделирования соударений цилиндрических объектов

System is Adjusted for Simulating of Collisions of Spherical Objects — Система настроена для моделирования соударений сферических объектов

The set of Equations of Conservations is of the form — Система уравнений сохранения имеет вид

The Simulation of Nonelastic Collision of Balls — Моделирование неупругих соударений шаров

The Simulation of Nonelastic Collision of Cylinders — Моделирование неупругих соударений цилиндров

The Simulation of Nonelastic Collision of Cylindrical Objects — Моделирование неупругих соударений цилиндрических объектов

The Simulation of Nonelastic Collision of Spherical Objects — Моделирование неупругих соударений сферических объектов

Thin Sphere — Тонкая сфера

To return to Contents press the key — Чтобы вернуться в содержание, нажмите клавишу

'Transformation of Energy — Превращение энергии

Uniform Ball — Однородный шар