

## ОТЗЫВ официального оппонента

на диссертацию Ле Динь Нгуен «Длинноволновое деформирование и колебания двух- и трехслойных балок и пластин с учетом контрастности упругих свойств слоев и поверхностных эффектов», представленную на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела.

### **Соответствие диссертации специальности и отрасли науки, по которым она представлена к защите**

Представленная Ле Динь Нгуен к защите диссертация «Длинноволновое деформирование и колебания двух- и трехслойных балок и пластин с учетом контрастности упругих свойств слоев и поверхностных эффектов» на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук соответствует отрасли «физико-математические науки» и специальности 01.02.04 – «Механика деформируемого твердого тела» по области исследования разделу III паспорта специальности (пункт 2. Теория упругости, неклассические теории; пункт 7. Деформирование, устойчивость и колебания стержней, пластин и тонких оболочек, оптимальное проектирование тонкостенных конструкций. Теории слоистых и композитных оболочек, в том числе оболочек, изготовленных из функционально-градиентных материалов; пункт 10. Методы решения краевых и начально-краевых задач при исследовании напряженно-деформированного состояния, устойчивости и колебаний деформируемых твердых тел и систем), утверждённому приказом Высшей аттестационной комиссии Республики Беларусь от 27 мая 2024 г. № 129.

### **Актуальность темы диссертации**

Тема диссертации включает два класса задач: 1) моделирование статического и динамического деформирования тонких слоистых балок и пластин с высокой контрастностью упругих свойств слоев и 2) исследование динамики и самопроизвольной потери устойчивости ультратонких наноразмерных балок с учетом поверхностных эффектов.

В рамках диссертационных исследований данные две задачи объединяет общее предположение о малости аспектного числа, а также единый подход их решения, заключающийся в асимптотическом интегрировании двух- и трехмерных уравнений упругости по толщине тонкостенного упругого тела.

*БХ. № 11-52/12  
от 01.05.2025*

Актуальность рассмотрения первого класса задач обусловлена, с одной стороны, широким использованием тонкостенных балок и пластин, как ответственных элементов, в машино/авиастроении, а также в широком диапазоне различных инженерных сооружений и конструкций, а с другой стороны – отсутствием соответствующих моделей, корректно предсказывающих длинноволновое деформирование в случае высокой контрастности упругих свойств составляющих слоев. Что касается второго класса задач, то их актуальность подтверждается использованием ультратонких микро- и наноразмерных балок в качестве сенсорных элементов микро- и наноразмерных электромеханических систем (МЭМС и НЭМС), таких как микро- и нановыключатели, нанорезонаторы, микро- и нанопинцеты и др., а также необходимостью разработки соответствующих моделей с учетом таких факторов как наличие поверхностных напряжений, включая остаточные, а также поверхностной инерции.

### **Степень новизны результатов, полученных в диссертации, и научных положений, выносимых на защиту**

С использованием подхода асимптотического интегрирования уравнений теории упругости по толщине тонкостенного элемента, в диссертации *впервые выведены* асимптотически корректные соотношения для полей перемещений и напряжений для двух- и трехслойных балок и пластин с высокой контрастностью упругих свойств слоев, а также для ультратонких нанобалок с учетом поверхностных эффектов в рамках поверхностной теории упругости Гуртина-Мёрдока.

*Впервые получены* новые дифференциальные уравнения типа Тимошенко-Рейсснера для слоистых балок и пластин, учитывающие контрастность упругих свойств и наличие поперечных сдвигов без введения каких-либо корректирующих факторов на сдвиг, а также новые уравнения типа Тимошенко для наноразмерных балок с учетом поверхностных эффектов. При моделировании свободных колебаний и самовыпучивания нанобалок с поверхностной энергией *впервые* в явном виде получены соотношения для собственных частот и критических размеров нанобалок, изготовленных из таких материалов, как алюминий, никель, кремний с различными кристаллографическими направлениями на поверхности, а также с учетом наличия остаточных поверхностных напряжений.

Все выносимые на защиту научные положения и представленные в работе результаты являются новыми.

## **Обоснованность и достоверность результатов, сформулированных в диссертации**

Достоверность и обоснованность всех результатов, выносимых на защиту, подтверждается корректным применением развитых асимптотических методов и подходов механики деформируемого твердого тела, а также модели поверхностной теории упругости Гуртина-Мердока. Данное заключение также подтверждается тем фактом, что основные результаты диссертации опубликованы в известных рецензируемых российских журналах, а также в книгах (издательство Springer), входящих в научометрические базы данных Scopus и РИНЦ, которые подвергаются тщательному рецензированию.

## **Научная, практическая, экономическая и социальная значимость результатов диссертации с указанием рекомендаций по их использованию**

Диссертационная работа соответствует приоритетным направлениям научной, научно-технической и инновационной деятельности на 2021–2025 гг., утвержденных Указом Президента Республики Беларусь № 156 от 07.05.2020 г. (пункты 1, 4) и выполнялась в рамках НИР № 1.7.01.2 «Развитие континуальных моделей наноразмерных структур и объектов на основе двухфазной нелокальной теории упругости» (№ГР20212360) задания «Механико-математическое моделирование сложных природных и техногенных процессов и объектов на различных масштабных уровнях», входящего в подпрограмму «Математические модели и методы» государственной программы научных исследований «Конвергенция–2025» на 2021–2025 годы.

Научную значимость имеет развитая в диссертации асимптотическая методика интегрирования уравнений трехмерной упругости по толщине пластины, которая без введения каких-либо кинематических гипотез позволяет получать распределение полей напряжений и деформаций с требуемой асимптотической точностью, и которая может быть распространена на слоистые оболочки. Высокую научную значимость имеет также построенная в диссертации модель деформирования ультратонкой балки с учетом поверхностных эффектов, которая может быть использована для последующих исследований явления самовыпучивания наноразмерных балок, изготовленных из материалов с кристаллографическим направлением поверхностей, являющихся сенсорными элементами всевозможных МЭМС и НЭМС.

Экономическая и практическая значимость полученных результатов состоит в том, что они, без привлечения дорогостоящих вычислительных кодов, могут быть эффективно использованы в проектных организациях для оценки НДС и предсказания динамических характеристик тонкостенных слоистых элементов, собранных из высококонтрастных материалов. Результаты, относящиеся к моделированию ультратонких нанобалок с остаточными поверхностными напряжениями, могут быть использованы при проектировании сверхчувствительных тонкостенных элементов всевозможных МЭМС и НЭМС, таких как сенсоры, резонаторы, наноинденторы и в других областях, использующих достижения нанотехнологий. Материалы диссертационных исследований были использованы для расчета и проектирования крыла малоразмерного БЛА типа Бусел-М в Научно-производственном центре многофункциональных беспилотных комплексов Национальной Академии Наук Беларуси.

Социальная значимость результатов диссертации подтверждается тем, что они нашли практическое применение в учебном процессе на кафедре био- и наномеханики механико-математического факультета Белорусского государственного университета.

Вышесказанное позволяет сделать вывод о существенной научной, практической, экономической и социальной значимости результатов диссертации.

### **Опубликованность результатов диссертации в научной печати**

Полученные в диссертации основные научные результаты, выносимые на защиту положения и выводы опубликованы в 13 научных работах, в том числе, в 4 статьях в рецензируемых научных журналах, соответствующих пункту 19 Положения о присуждении учёных степеней и присвоении учёных званий, в 2 статьях в других рецензируемых научных изданиях, в 6 статьях в сборниках материалов конференций.

### **Соответствие оформления диссертации требованиям ВАК**

Диссертация и автореферат оформлены согласно требованиям ВАК Республики Беларусь, предъявляемым к диссертациям и изложенным в Инструкции о порядке оформления квалификационной научной работы (диссертации) на соискание учёных степеней кандидата и доктора наук, автореферата и публикаций по теме диссертации. Автореферат диссертации соответствует содержанию диссертации и полностью его раскрывает.

## Замечания

Несмотря на общую положительную оценку диссертационной работы, имеются следующие замечания:

1. Формулируя основные положения, выносимые на защиту, соискатель делает акцент на том, что предлагаемые модели свободны от каких-либо гипотез. Вместе с тем, разве не являются гипотезами введенные асимптотические оценки (2.4), (3.2) и (4.6) для перемещений и напряжений?
2. При моделировании деформирования трехслойных балок и пластин диссидентом рассмотрен случай, когда внутренний слой является значительно более «жестким», чем внешние слои. Почему не рассмотрен более «традиционный» случай сэндвичей с «мягким» внутренним слоем и «жесткими» внешними слоями и может ли используемая в диссертации методика асимптотического интегрирования использована для такого случая?
3. Почему в задачах о моделировании слоистых балок и пластин с контрастными упругими свойствами рассматривается лишь случай, когда отношение модулей упругости слоев представляет собой величину порядка  $\varepsilon^2$  (см. например, (2.2))? Не является ли это предположение весьма частным и искусственным?
4. При интегрировании уравнений (2.11) и (3.10) по переменной  $z$  в общем случае должны появляться слагаемые, не зависящие от  $z$ , но являющиеся функциями продольной координаты и времени. Почему данные функции были опущены? При этом следует отметить, что подобное интегрирование второго уравнения (4.12) в Главе 4 было выполнено корректно.
5. Почему сделав оценки поверхностных констант, согласно (4.5), в диссертации рассмотрены лишь два случая с частными значениями показателей  $\alpha_k$ ? Могут ли полученные для этих значений параметров  $\alpha_k$  результаты использованы для других материалов, отличных от тех, которые рассмотрены в диссертации?

Следует подчеркнуть, что сформулированные замечания не являются принципиальными.

**Соответствие научной квалификации соискателя ученой степени, на которую он претендует**

Представленные в диссертации результаты свидетельствуют о достаточной научной квалификации Ле Динь Нгуена и позволяют сделать заключение, что результаты диссертационных исследований в полной мере соответствуют всем требованиям, предъявляемым к соискателю учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 - механика деформируемого твердого тела.

## **Заключение**

Считаю, что диссертационная работа Ле Динь Нгуена «Длинноволновое деформирование и колебания двух- и трехслойных балок и пластин с учетом контрастности упругих свойств слоев и поверхностных эффектов» соответствует требованиям, которые ВАК РБ предъявляет к кандидатским диссертациям, а Д.Н. Ле заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – «механика деформируемого твердого тела» (отрасль – физико-математические науки) за

- новые математико-механические модели двух- и трехслойных балок и пластин с высококонтрастными упругими свойствами, включающие асимптотически корректные соотношения для полей перемещений и напряжений, которые в отличие от известных моделей удовлетворяют граничным условиям на лицевых и интерфейсных поверхностях без введения корректирующих коэффициентов на сдвиг, а также разрешающие уравнения типа Тимошенко-Рейсснера для эквивалентных однослойных балок и пластин, которые дают возможность с высокой асимптотической точностью рассчитывать напряженно-деформированное состояние как при статических, так и при динамических нагрузках, а также определять динамические характеристики (собственные частоты и декременты колебаний);

- математико-механическую модель ультратонкой полосы-балки, включающую асимптотически корректные соотношения для перемещений и напряжений, удовлетворяющие уравнениям баланса сил на лицевых поверхностях в рамках модели поверхностной теории упругости Гуртина-Мёрдока, а также разрешающее уравнение, позволяющее описывать длинноволновые свободные и вынужденные колебания, а также явление самопроизвольной потери устойчивости с учетом поверхностных напряжений (включая остаточные);

- новые зависимости собственных частот микро- и наноразмерных балок, изготовленных из стекла с нанесенными нанопленками железа, а также

балок из алюминия, никеля и кремния с различным кристаллографическим направлением на поверхностях, от остаточных поверхностных напряжений, высоты и длины балки;

– зависимости критической длины от высоты ультратонкой нанобалки из никеля Ni[111] и кремния Si [100], используемых в качестве сенсорных элементов наноразмерных электромеханических систем, при которых имеет место явление самопроизвольной потери устойчивости (самовыпучивание) под действием остаточных поверхностных отрицательных (сжимающих) напряжений.

Выражаю свое согласие на размещение отзыва о диссертации на официальном сайте Белорусского национального технического университета в глобальной компьютерной сети Интернет.

#### Официальный оппонент:

доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий кафедрой  
теоретической и прикладной механики  
Белорусского государственного университета



M. A. Журавков



с ознакомлением  
и отзывом  
02.05.25

Поступило в совет 02.05.25  
2025.05.02