

БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра технической физики

Лаборатория «Электричество и магнетизм»

**Лабораторная работа № 229D**

*Движение заряженных частиц в магнитном поле*

Составители: Князев М. А., Сидорик В. В., Трофименко Е. Е.

Минск 2003

**Цель работы:**

1. Изучить движение заряженной частицы в однородном магнитном поле при различных начальных условиях.
2. Исследовать траекторию движения и влияние на характер движения частицы ее скорости, массы, величины заряда, а также величины и направления магнитного поля.
3. Изучить особенности движения заряженной частицы в неоднородном магнитном поле.

**Контрольные вопросы:**

1. Определение силы Лоренца.
2. Как можно определить направление движения заряженной частицы в магнитном поле?
3. Как будет двигаться заряженная частица в однородном магнитном поле, если ее скорость направлена вдоль вектора магнитной индукции  $\vec{B}$ ? Под острым углом к нему? Под углом  $\alpha$ , если  $\alpha = 90^\circ$ ,  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ ,  $\alpha = 180^\circ$ ?
4. Как влияют на характер движения заряженной частицы ее масса, величина и знак заряда, магнитная индукция поля  $B$ ?
5. Каким условием определяется радиус орбиты частицы?
6. Укажите зависимость радиуса орбиты и периода от параметров частицы (массы, величины заряда) и магнитного поля.
7. Вывести соотношение (6) для траектории движения частицы в однородном поле.
8. Объясните принцип работы магнитной ловушки.

**Литература**

1. Трофимова Т. И. Курс физики. - М: Высшая школа, 2000.
2. Детлаф А. А., Яворский Б. М. Курс физики. - М.: Высшая школа, 1989.
3. Калашников С. Г. Электричество. - М.: Наука, 1977.
4. Матвеев А. Н. Электричество и магнетизм. - М.: Высшая школа, 1983.

**Теоретическое введение**

Движение заряженных частиц в электромагнитном поле с точки зрения практического применения является одним из важнейших разделов электродинамики. Закономерности такого движения составляют основу электроники, техники ускорителей, электронной и протонной микроскопии, масс-спектрографий, исследований плазмы и термоядерных явлений, работы генераторов электрической энергии и электродвигателей. Они важны для целого ряда областей физики, таких как астрофизика, физика высоких энергий, физика космических лучей и т.д.

В отличие от электрического поля, которое оказывает действие как на неподвижные, так и движущиеся заряды, магнитное поле действует только на движущиеся заряды. Сила, действующая на электрический заряд  $q$ , движущийся со скоростью  $\vec{v}$  в магнитном поле с магнитной индукцией  $\vec{B}$ , называется силой Лоренца. Она определяется выражением

$$\vec{F} = q[\vec{v}, \vec{B}]. \quad (1)$$

и по модулю равна

$$F = qvB \sin \alpha, \quad (2)$$

где  $\alpha$  - угол между векторами скорости и магнитной индукции. Сила Лоренца направлена перпендикулярно к плоскости, которую можно провести через векторы  $\vec{v}$  и  $\vec{B}$ . Ее направление определяется по правилу левой руки: если расположить ладонь левой руки таким образом, чтобы в нее входили линии магнитной индукции, а вытянутые пальцы направить вдоль вектора  $\vec{v}$ , то отогнутый на  $90^\circ$  большой палец покажет направление силы, действующей на положительный заряд. В случае отрицательного заряда направление силы меняется на противоположное (рис. 1).

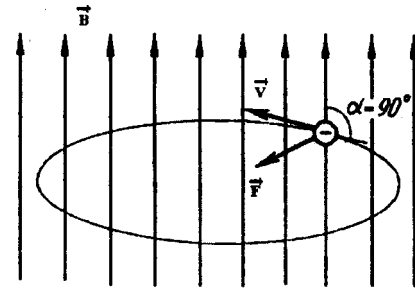


Рис. 1.

В случае отрицательного заряда направление силы меняется на противоположное (рис. 1).

Сила Лоренца не совершает работу над частицей. Это связано с тем, что данная сила всегда перпендикулярна скорости частицы и изменяет только ее направление, но не величину.

Если на движущуюся заряженную частицу наряду с магнитным полем с индукцией  $\vec{B}$  действует электрическое поле с напряженностью  $\vec{E}$ , то результирующая сила  $\vec{F}$ , действующая на частицу, будет равна векторной сумме сил - силы, действующей со стороны электрического поля, и силы Лоренца

$$\vec{F} = q(\vec{E} + [\vec{v}, \vec{B}]). \quad (3)$$

Данное выражение называется формулой Лоренца.

### Однородное поле

Рассмотрим закономерности движения заряженной частицы в *однородном* магнитном поле. Магнитное поле называется однородным, если вектор магнитной индукции одинаков во всех его точках (направление и величина).

Если вектор скорости заряженной частицы совпадает по направлению с вектором магнитной индукции, то согласно формуле (1) сила Лоренца равна нулю. Следовательно, магнитное поле на частицу не действует, и движение частицы является равномерным и прямолинейным. Аналогичная ситуация имеет место и при движении заряженной частицы в направлении противоположном направлению магнитного поля.

Если скорость движения заряженной частицы  $\vec{v}$  перпендикулярна вектору  $\vec{B}$ , то сила Лоренца будет постоянной по модулю и направленной нормально к траектории частицы. Пусть для определенности стационарное магнитное поле направлено вдоль оси  $z$ , т.е. отлична от нуля только компонента  $B_z$  вектора магнитной индукции. Согласно второму закону Ньютона можно записать

$$m \frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} = q[\vec{v}, \vec{B}], \quad (4)$$

где  $m$  - масса заряженной частицы,  $\vec{r}$  - ее радиус-вектор. Записав данное уравнение для каждой из составляющих радиуса-вектора и проинтегрировав каждое из полученных уравнений (см. Приложение 1), находим, что

$$x = x_0 + \frac{v_0}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \alpha), \quad y = y_0 + \frac{v_0}{\omega_c} \cos(\omega_c t + \alpha), \quad (5)$$

где  $\omega_c = qB_z / m$ ,  $v_0$  - начальная скорость частицы, а постоянные интегрирования  $x_0$  и  $y_0$  обозначают положение частицы в начальный момент времени относительно соответствующих осей координат.

Исключая время  $t$  из соотношений (5), получим, что траектория движения частицы будет представлять собой окружность в плоскости  $x, y$ :

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = \frac{v_0^2}{\omega_c^2} = R_c^2. \quad (6)$$

Частота  $\omega_c$  обращения частицы по траектории носит название циклотронной частоты. Эта частота зависит только от удельного заряда и магнитной индукции поля и не зависит от скорости движения частицы. На этом принципе основано действие циклических ускорителей заряженных частиц. Следует, однако, отметить, что данный вывод справедлив только в нерелятивистском приближении ( $v \ll c$ , где  $c$  - скорость света в вакууме).

Радиус  $R_c$  окружности, по которой движется частица, находим из условия

$$qv_0 B = \frac{mv_0^2}{R_c}, \quad (7)$$

откуда

$$R_c = \frac{v_0}{\omega_c} = \frac{mv_0}{qB_z}. \quad (8)$$

Период обращения частицы будет равен

$$T = \frac{2\pi R_c}{v_0} = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (9)$$

В общем случае вектор скорости  $\vec{v}$  заряженной частицы может быть направлен по отношению к вектору индукции магнитного поля  $\vec{B}$  под некоторым произвольным углом  $\alpha$  (рис. 2). Тогда движение заряженной частицы можно представить как суперпозицию двух движений:

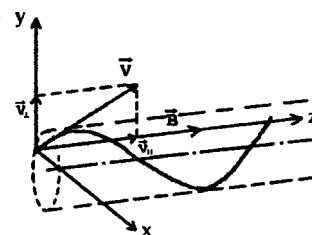


Рис. 2.

- 1) Равномерного прямолинейного движения вдоль поля со скоростью  $v_{||} = v \cos \alpha$  ;
- 2) Равномерного движения по окружности в плоскости, перпендикулярной к направлению поля, со скоростью  $v_{\perp} = v \sin \alpha$  . Радиус данной окружности будет определяться выражением

$$R = \frac{mv}{qB} \sin \alpha . \quad (10)$$

Сложение этих двух движений приводит к тому, что частица будет двигаться по спирали с шагом

$$h = v_{||}T = vT \cos \alpha . \quad (11)$$

Учитывая, что  $T = 2\pi / \omega_c$  , находим

$$h = \frac{2\pi m v}{B} \frac{v}{q} \cos \alpha . \quad (12)$$

Направление вращения по спирали определяется знаком заряда частицы.

### Неоднородное поле

Рассмотрим особенности движения заряженной частицы в *неоднородном* магнитном поле. Неоднородным является такое поле, вектор индукции магнитного которого будет различным в разных точках.

Пусть частица из области, в которой магнитное однородно, переходит в область, где это поле неоднородно. На рис. 3 возрастание поля соответствует сгущению линий магнитной индукции. При движении частицы в область, где поле возрастает, радиус траектории при данной скорости будет уменьшаться.

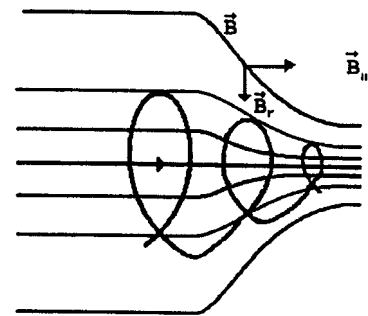


Рис. 3.

Если вектор скорости частицы при ее входе в магнитное поле составлял с вектором магнитной индукции угол  $\alpha < 90^\circ$  , то частица будет двигаться по спирали. При этом работа над заряженной частицей не совершается, поскольку сила Лоренца перпендикулярна к скорости частицы независимо от того однородно поле или нет. Следовательно, полная кинетическая энергия частицы будет постоянной. Эта кинетическая энергия состоит из энергии вращательного движения и энергии поступательного движения. В однородном магнитном поле энергия и вращательного, и поступательного движений остается постоянной. В неоднородном же поле сохраняется только их сумма. В области неоднородного поля вектор магнитной индукции будет иметь компоненты  $B_{||}$  и  $B_r$  , направленные вдоль оси и по радиусу вращения. Применяя для  $B_r$  правило левой руки, можно определить, что на частицу будет действовать сила, направленная в ту сторону, где поле слабее. Поэтому, если частица двигалась по направлению усиления поля, ее

поступательное движение будет замедляться. При этом кинетическая энергия вращательного движения и его скорость будут возрастать. В какой-то момент времени поступательное движение прекращается и частица останавливается. Но поскольку сила Лоренца продолжает действовать в прежнем направлении, то начинается ускоренное движение в обратном направлении. Происходит отражение частицы. На данном принципе основывается устройство "магнитных ловушек".

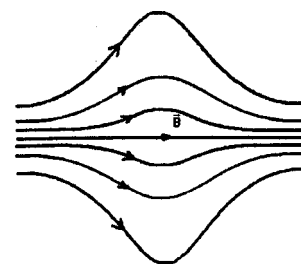


Рис. 4.

Если создать неоднородное магнитное поле, как показано на рис. 4, то заряженная частица будет циркулировать между областями сгущения линий магнитной индукции. Поля такой конфигурации применяются для удержания заряженных частиц, в частности, плазмы в ограниченных объемах пространства.

Если неоднородность магнитного поля не очень велика (это означает, что сгущение линий магнитной индукции происходит достаточно медленно), то орбита движения заряженной частицы будет смещаться таким образом, что магнитный поток через нее (число магнитных линий, проходящих через сечение орбиты) будет оставаться постоянным. Это означает, что траектория заряженной частицы будет как бы "навиваться" на магнитные силовые линии.

### Ускорители заряженных частиц

Ускорители заряженных частиц - это такие устройства, в которых электрические и магнитные поля применяются для формирования и управления пучками заряженных частиц высокой энергии. Высокоэнергетические пучки могут формироваться из элементарных частиц (электронов, протонов, мезонов) и из тяжелых частиц (например, альфа-частиц) или ионов атомов.

В непрерывных ускорителях пучок частиц формируется равномерно по времени. В импульсных ускорителях частицы вылетают определенными порциями - импульсами. В зависимости от траектории и механизма ускорения частиц ускорители подразделяются на линейные, циклические и индукционные.

В линейных ускорителях частицы ускоряются при прохождении статического электрического поля с некоторой разностью потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ . Частицы движутся по траекториям, близким к прямолинейным, и проходят ускоряющее поле один раз. Частица с зарядом  $q$ , проходя разность потенциалов  $\varphi_1 - \varphi_2$ , приобретает энергию, равную  $W = q(\varphi_1 - \varphi_2)$ . Для получения ускоряющего поля применяют генераторы Ван-де-Граафа. Линейные ускорители позволяют получать частицы с энергией до 10 МэВ. Однако дальнейшее увеличение энергии частиц при помощи постоянного поля невозможно из-за явлений утечки зарядов, пробоев и т.п.

Ускорение тяжелых заряженных частиц осуществляется при помощи циклических резонансных ускорителей - циклотронов. Принципиальная схема циклотрона приведена на рис. 5. Ускорительная камера К представляет собой цилиндр, в котором создается очень высокий вакуум. Помещается

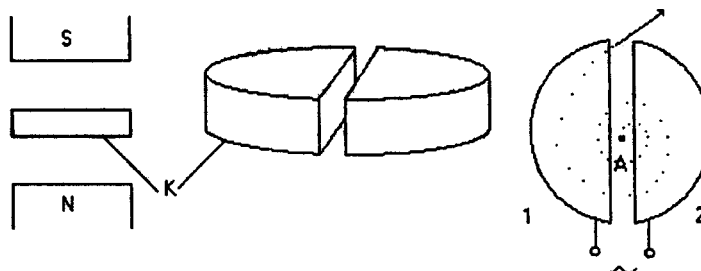


Рис. 5.

ускорительная камера между полюсами мощного электромагнита. В вакуумной камере находятся электроды 1 и 2, которые выполнены в виде полых металлических полуцилиндров (дуантов). В зазоре между дуантами создается переменное электрическое

поле (внутри дуантов поле отсутствует). Магнитное поле электромагнита однородно и перпендикулярно плоскости дуантов. Ускоряемые частицы с помощью специального устройства вводятся вовнутрь камеры (в точке А). В момент времени, когда заряженная частица, двигающаяся в приложенном магнитном поле по окружности, достигает разреза между дуантами, напряжение электрического поля должно быть направлено так, чтобы частица ускорялась, проходя промежуток между дуантами. Увеличение скорости частицы приведет к росту радиуса ее орбиты. Пройдя следующую полуокружность, частица снова ускоряется в промежутке между дуантами, при этом полярность напряжения должна измениться. Для непрерывного ускорения в циклотроне должно выполняться условие синхронизации, а именно, должны быть равны периоды вращения частицы в магнитном поле и колебаний электрического поля. Тогда, двигаясь по раскручивающейся спирали, частица будет при каждом прохождении зазора между дуантами получать энергию  $qU$ , где  $U$  - напряжение поля между дуантами. На последнем витке, когда энергия частицы и радиус ее орбиты максимальны, при помощи специального отклоняющего поля она выводится из камеры. Таким образом можно, например, разогнать протоны до энергии порядка 20 Мэв. Дальнейшее ускорение в циклотроне приводит к тому, что уже становится невозможно пренебрегать релятивистским увеличением массы и связанного с ними увеличения периода обращения, что приводит к нарушению требования синхронизации.

### Указания по управлению параметрами программы

В программе используются следующие параметры:  $m$  - масса частицы;  $q$  - заряд частицы;  $\vec{v}$  - вектор скорости частицы (задается посредством проекций  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  в прямоугольной системе координат);  $\vec{B}$  - вектор магнитной индукции (аналогично вектору скорости задается тремя своими проекциями в прямоугольной системе координат);  $t$  - время наблюдения движения (регулируется при помощи соответствующей линейки прокрутки; для увеличения времени эксперимента необходимо зацепить ползунок линейки мышкой и перетащить его вправо);  $dt$  - шаг по времени (регулирует точность эксперимента и быстродействие; минимальному шагу соответствует крайнее левое положение ползунка линейки прокрутки, максимальному - крайнее правое положение). Рекомендуется располагать ползунки в среднем положении на линейке. Для управления ввода параметров программы используются стандартные линейки прокрутки (см. рис. 6). Численные значения изменяются посредством щелчков левой кнопкой мышки по стрелкам на соответствующей линейке прокрутки. Размерности параметров не определены, поэтому результаты носят качественный характер.

Для выполнения измерения расстояний при помощи мышки щелкните левой кнопкой в необходимом

месте на рисунке. Не отпуская кнопки, отбуксируйте мышку до точки, расстояние до которой требуется измерить. При буксировке в центре рисунка появляется число, соответствующее расстоянию от точки, где была нажата кнопка мышки, до точки, где находится курсор.

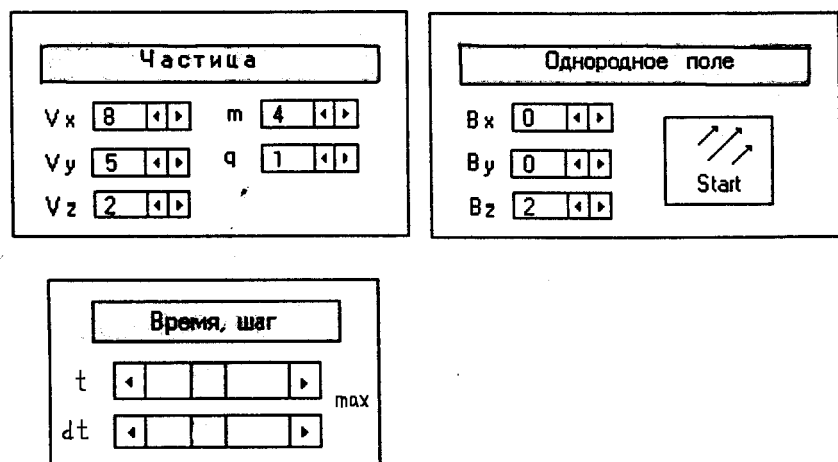


Рис. 6.

### Порядок исследований в случае однородного поля

Щелкните левой кнопкой мышки по иконке программы. На экране появится рабочее поле, содержащее четыре плоскости, на которых обозначены оси координат и панель управления с линейками прокрутки и кнопками управления. При включении программы автоматически загружается модель однородного поля. Для перехода к модели неоднородного поля необходимо воспользоваться кнопкой "Модель".

Кнопка " $V_{xy,xz,yz}$ " позволяет включать или выключать индикатор, указывающий направление скорости частицы. Рекомендуется держать этот индикатор включенным.

При нажатии кнопки в виде кисти руки с поднятым указательным пальцем на экране высвечивается информация о разработчиках программы. Кнопка "Стоп" позволяет остановить выполнение программы. Кнопку "Очистить" надо использовать перед тем, как ввести новые параметры.

*1. Вектор скорости совпадает с направлением магнитного поля.*

1. Значения параметров  $m$  и  $q$  при загрузке программы автоматически устанавливаются равными  $m = 1$  и  $q = 1$ .

2. Задайте направление и величину магнитного поля, например, по оси  $z$ . Для этого на линейке прокрутки "Однородное поле" установите некоторое значение  $B_z$  (например,  $B_z = 5$ ), щелкая левой кнопкой мышки по соответствующим стрелкам у указателя  $B_z$ . Вектор скорости частицы также направьте вдоль оси  $z$ . Для этого на линейке прокрутки "Частица" установите некоторое значение  $V_z$  (например,  $V_z = 3$ ), щелкая левой кнопкой мышки по соответствующим стрелкам у указателя  $V_z$ . Значения  $V_x$  и  $V_y$  задайте равными нулю.

3. Запустите выполнение программы, щелкнув левой кнопкой мышки по кнопке "Старт". Наблюдайте траекторию движения и зарисуйте ее.

4. Нажмите кнопку "Очистить". Повторно выполните задание при  $V_z = -3$ . Наблюдайте траекторию движения и зарисуйте ее.

*2. Вектор скорости перпендикулярен магнитному полю (влияние скорости частицы на траекторию).*

1. Перед тем, как начать вводить значения параметров, нажмите кнопку "Очистить", щелкнув по ней левой кнопкой мышки.

2. Используйте для массы и заряда частицы значения параметров  $m = 1$  и  $q = 1$ .

3. Задайте направление и величину магнитного поля по оси  $z$ . Для этого на линейке прокрутки "Однородное поле" установите значение  $B_z = 1$ , щелкая левой кнопкой мышки по соответствующим стрелкам у указателя  $B_z$ .

4. Направьте вектор скорости частицы вдоль оси  $x$ . Для этого на линейке прокрутки "Частица" установите  $V_x = 10$ , щелкая левой кнопкой мышки по соответствующим стрелкам у указателя  $V_x$ .

5. Запустите выполнение программы, щелкнув левой кнопкой мышки по кнопке "Старт". Наблюдайте траекторию движения, зарисуйте ее и запишите значения параметров.

6. Установите значение  $V_x = 5$  и запустите программу снова кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию, зарисуйте ее и запишите значения параметров.

7. Нажмите кнопку "Очистить".
8. Установите значение  $V_x = -5$  и запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию, зарисуйте ее и запишите значения параметров.
9. Установите значение  $V_x = -10$  и запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию, зарисуйте ее и запишите значения параметров.
10. Нажмите кнопку "Очистить".
11. Повторите все действия, задав поле не по оси  $z$ , а по оси  $y$  (т.е. вместо  $B_z$  введите  $B_y$ ).
12. Объясните полученные результаты.

*3. Вектор скорости перпендикулярен магнитному полю (влияние массы частицы).*

1. Перед началом выполнения задания нажмите кнопку "Очистить", щелкнув левой кнопкой мышки. Поставьте маркер мышки на частицу в том квадрате, где указаны все три оси  $x$ ,  $y$  и  $z$ , щелкните левой кнопкой мышки и, не отпуская кнопку, перетащите частицу на конец оси  $x$ , затем отпустите кнопку. Частица изменит свое положение.
2. Задайте параметры массы и заряда  $m = 1$  и  $q = 1$ .
3. Установите при помощи линейки прокрутки "Однородное поле" величину и направление магнитного поля вдоль оси  $z$ :  $B_z = 1$ .
4. Направьте вектор скорости частицы вдоль оси  $x$  и установите на линейке прокрутки "Частица"  $V_x = 10$ .
5. Запустите выполнение программы, щелкнув левой кнопкой мышки по кнопке "Старт". Наблюдайте траекторию движения, зарисуйте ее и запишите значения параметров.
6. Установите на линейке прокрутки значение массы  $m = 2$  и запустите выполнение программы, щелкнув левой кнопкой мышки по кнопке "Старт". Наблюдайте траекторию движения, зарисуйте ее и запишите значения параметров.
7. Повторите вычислительный эксперимент при  $m = 3$ . Зарисуйте все три полученные траектории и запишите соответствующие им значения параметров. Объясните полученные результаты.
8. Нажмите кнопку "Очистить" и при помощи левой кнопки мышки верните частицу в исходное положение.

*4. Вектор скорости перпендикулярен магнитному полю (влияние знака заряда частицы).*

1. Поставьте маркер мышки на частицу в том квадрате, где показаны все три оси  $x$ ,  $y$  и  $z$ , щелкните левой кнопкой мышки и, не отпуская кнопку, перетащите частицу в центр квадрата, затем отпустите кнопку. Частица изменит свое положение во всех квадратах.
2. Задайте параметры массы и заряда  $m = 1$  и  $q = 1$ .
3. Установите при помощи линейки прокрутки "Однородное поле" величину и направление магнитного поля вдоль оси  $z$ :  $B_z = 1$ .
4. Направьте вектор скорости вдоль оси  $x$  и установите на линейке прокрутки "Частица"  $V_x = 10$ .
5. Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию, зарисуйте ее и запишите значения параметров.
6. Установите на линейке прокрутки "Частица" значение заряда  $q = -1$ . Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию, зарисуйте ее и запишите значения параметров.

7. Объясните полученные результаты.

8. Нажмите кнопку "Очистить" и при помощи левой кнопки мышки верните частицу в исходное положение.

5. Вектор скорости ориентирован под произвольным углом к магнитному полю.

1. Задайте параметры массы и заряда  $m = 1$  и  $q = 1$ .

2. Установите при помощи линейки прокрутки "Однородное поле" величину и направление магнитного поля вдоль оси  $z$ :  $B_z = 1$ .

3. Задайте значения компонент скорости частицы на линейке прокрутки "Частица"  $V_x = 4$ ,  $V_z = 1$ , щелкая левой кнопкой мышки по соответствующим стрелкам у указателей  $V_x$ ,  $V_z$ . Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию. Измерьте шаг (в плоскости  $xz$ ) и радиус (в плоскости  $xy$ ). Зарисуйте траекторию.

4. Нажмите кнопку "Очистить".

5. Измените значение  $V_x$ . Введите  $V_x = 10$ . Все остальные параметры оставьте прежними. Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию. Измерьте шаг (в плоскости  $xz$ ) и радиус (в плоскости  $xy$ ) спирали. Занесите данные в таблицу. Зарисуйте траекторию. Объясните результаты.

		$m$		
$q$			$V_x$	
$B_z$			$r$	
$V_z$			$h$	

6. Вектор скорости ориентирован под произвольным углом к магнитному полю (влияние массы частицы).

1. Нажмите кнопку "Очистить". Задайте параметры массы и заряда  $m = 1$  и  $q = 1$ .

2. Установите при помощи линейки прокрутки "Однородное поле" величину и направление магнитного поля вдоль оси  $z$ :  $B_z = 1$ .

3. Задайте значения компонент скорости частицы на линейке прокрутки "Частица"  $V_x = 5$ ,  $V_z = 3$ , щелкая левой кнопкой мышки по соответствующим стрелкам у указателей  $V_x$ ,  $V_z$ .

4. Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию. Измерьте шаг (в плоскости  $xz$ ) и радиус (в плоскости  $xy$ ) спирали. Зарисуйте траекторию.

5. Установите на линейке прокрутки "Частица" значение  $m = 2$ . Остальные параметры задания остаются прежними.

6. Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию. Измерьте шаг (в плоскости  $xz$ ) и радиус (в плоскости  $xy$ ) спирали. Занесите данные в таблицу. Зарисуйте траекторию. Объясните полученные результаты.

		$q$		
$B_z$		$m$		
$V_x$		$r$		
$V_z$		$h$		

7. Вектор скорости ориентирован под произвольным углом к магнитному полю (зависимость от знака заряда).

1. Нажмите кнопку "Очистить". Задайте параметры массы и заряда  $m = 1$  и  $q = 1$ .
2. Установите при помощи линейки прокрутки "Однородное поле" величину и направление магнитного поля вдоль оси  $z$ :  $B_z = 1$ .
3. Задайте значения компонент скорости частицы на линейке прокрутки "Частица"  $V_x = 5$ ,  $V_z = 3$ , щелкая левой кнопкой мышки по соответствующим стрелкам у указателей  $V_x$ ,  $V_z$ .
4. Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию. Измерьте шаг (в плоскости  $xz$ ) и радиус (в плоскости  $xy$ ) спирали. Зарисуйте траекторию.
5. Установите на линейке прокрутки "Частица" значение  $q = -1$ . Остальные параметры задания остаются прежними.
6. Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию. Измерьте шаг (в плоскости  $xz$ ) и радиус (в плоскости  $xy$ ) спирали. Занесите данные в таблицу. Зарисуйте траекторию. Объясните полученные результаты.

		$m$		
$B_z$		$q$		
$V_x$		$r$		
$V_z$		$h$		

### **Порядок исследований в случае неоднородного поля**

Перед тем как, после исследования закономерностей поведения заряженных частиц в однородном поле, приступить к рассмотрению неоднородного поля, нажмите кнопку "Очистить".

Затем щелкните левой кнопкой мышки по кнопке "Модель". На экране появится панель "Выбор модели магнитного поля". Отметьте левой кнопкой мышки вариант "Неоднородное (x) поле, сходящееся в точку" и нажмите кнопку «V».

В работе рассматривается модель неоднородного поля, возрастающего по степенному закону в положительном направлении оси  $x$ . При этом может создаться впечатление, что линии индукции магнитного поля как бы сходятся в точку, что не имеет места в действительности. Следует иметь в виду, что это всего лишь модель, при помощи которой мы качественно рассматриваем движение заряженной частицы в неоднородном поле.

На линейке прокрутки "Время, шаг" поставьте ползунок  $t$  в среднее положение, а ползунок  $dt$  - в крайнее правое положение.

Задайте значения компонент скорости частицы на линейке прокрутки "Частица"  $V_x = 10$ ,  $V_y = 6$ ,  $V_z = -5$ , щелкая левой кнопкой мышки по соответствующим стрелкам у указателей  $V_x$ ,  $V_y$  и  $V_z$ .

Задайте параметры массы и заряда  $m = 1$  и  $q = 1$ . Запустите программу кнопкой "Старт". Наблюдайте траекторию и зарисуйте ее. Объясните полученные результаты.

### Окончание работы с программой

Для выхода из программы щелкните левой кнопкой мышки по кнопке "Выход". На экране появится панель для выхода из программы. Если есть необходимость продолжить работу, щелкните левой кнопкой мышки по правой кнопке на панели. Для выхода из программы щелкните левой кнопкой мышки по левой кнопке на панели.

### Приложение

Рассмотрим подробно решение векторного уравнения (4). Данное уравнение можно представить следующим образом:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = q v_y B_z, \quad (\text{П.1})$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -q v_x B_z, \quad (\text{П.2})$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = 0. \quad (\text{П.3})$$

Интегрируя дважды уравнение (П.3), получим  $z = z_0 + v_z^{(0)} t$ , где постоянные интегрирования  $z_0$  и  $v_z^{(0)}$  обозначают начальное положение и начальную скорость частицы, соответственно. Поскольку мы рассматриваем движение частицы в плоскости, перпендикулярной вектору  $\vec{B}$ , эти постоянные можно принять равными нулю.

Будем искать решения уравнений (П.1) и (П.2) в таком виде, чтобы выполнялись равенства

$$\frac{dx}{dt} = v_x = A \cos(\omega_c t + \alpha), \quad (\text{П.4})$$

$$\frac{dy}{dt} = v_y = -D \sin(\omega_c t + \alpha), \quad (\text{П.5})$$

где  $\alpha$  - начальная фаза, а параметр  $\omega_c$  будет определен ниже.  $A$  и  $D$  - амплитуды соответствующих колебаний.

Подставляя выражения (П.4) и (П.5) в уравнения (П.1) и (П.2), находим что

$$\omega_c = \frac{q B_z}{m}, \quad A = -D. \quad (\text{П.6})$$

Теперь соотношения (П.4) и (П.5) принимают вид

$$\frac{dx}{dt} = A \cos\left(\frac{qB_z}{m}t + \alpha\right), \quad (\text{П.7})$$

$$\frac{dy}{dt} = -A \sin\left(\frac{qB_z}{m}t + \alpha\right). \quad (\text{П.8})$$

Обозначая начальную скорость частицы через  $v_0$ , из соотношений (П.7) и (П.8) получим

$$A^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_0^2. \quad (\text{П.9})$$

Проинтегрировав соотношения (П.4) и (П.5) по времени, получим

$$x = x_0 + \frac{v_0}{\omega_c} \sin(\omega_c t + \alpha), \quad y = y_0 + \frac{v_0}{\omega_c} \cos(\omega_c t + \alpha),$$

т.е. соотношения (5).