

Практическое занятие

«ПОСТРОЕНИЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ДВУХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ТЕЛ В ТРЕХ ПРОЕКЦИЯХ»

Цель занятия: познакомиться с правилами построения пересечения двух геометрических тел в проекциях на примере призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.

Геометрическое тело – часть пространства, ограниченная гранными, линейчатыми или криволинейными поверхностями.

Основными геометрическими телами являются: гранные (призма, пирамида), линейчатые (цилиндр, конус), криволинейные (шар, тор).

Геометрические тела могут быть ограничены как проецирующими поверхностями (призмой, цилиндром), так и поверхностями общего положения (пирамидой, конусом, шаром, тором).

Так как любой объект состоит из комбинации простейших геометрических тел, то при решении задач по начертательной геометрии и инженерной графике необходимо уметь изображать геометрические тела и строить проекции точек и линий на их поверхности.

1. Построение проекций призмы с вырезом, образованным плоскостями частного положения

На рис. 1 приведен пример построения проекций прямой (горизонтально-проецирующей) треугольной призмы с вырезом, образованным тремя плоскостями частного положения: – Γ (Γ_2^*) – фронтально-проецирующей, Θ (Θ_2^* , Θ_1^*) – профильной и Δ (Δ_2^* , Δ_3^*) – горизонтальной.

Фронтальная проекция линии выреза принадлежит фронтальным проекциям Γ_2 , Θ_2 и Δ_2 .

Боковые грани призмы – горизонтально-проецирующие плоскости, поэтому их горизонтальные проекции вырождаются в отрезки (стороны) треугольника, обладающие собирательным свойством. Следовательно, горизонтальная проекция линий пересечения призматической поверхности с плоскостями выреза принадлежит линии контура горизонтальной проекции призмы (см. проекции точек A_1 , B_1 , C_1).

Обозначим ребра призмы отрезками AF , BM и CN .

Примечание. * – вырожденная проекция.

На фронтальной проекции призмы отметим характерные точки пересечения плоскостей выреза с ребрами (точки 1, 1', 4, 4') и гранями (точки 2, 2', 3, 3') призмы, которые лежат на ребрах AF и BM и на гранях $AFNC$ и $BMNC$ соответственно и определим вырожденные в точки проекции линий пересечения плоскостей Γ и Θ (22'), Θ и Δ (33').

Фронтально-проецирующая плоскость Γ , перпендикулярная плоскости Π_2 , проецируется на плоскости Π_1 и Π_3 замкнутым контуром 11'2'2 в виде четырехугольника.

Точки 2 и 2' строятся на плоскости Π_3 по координатам y_2, y_2' .

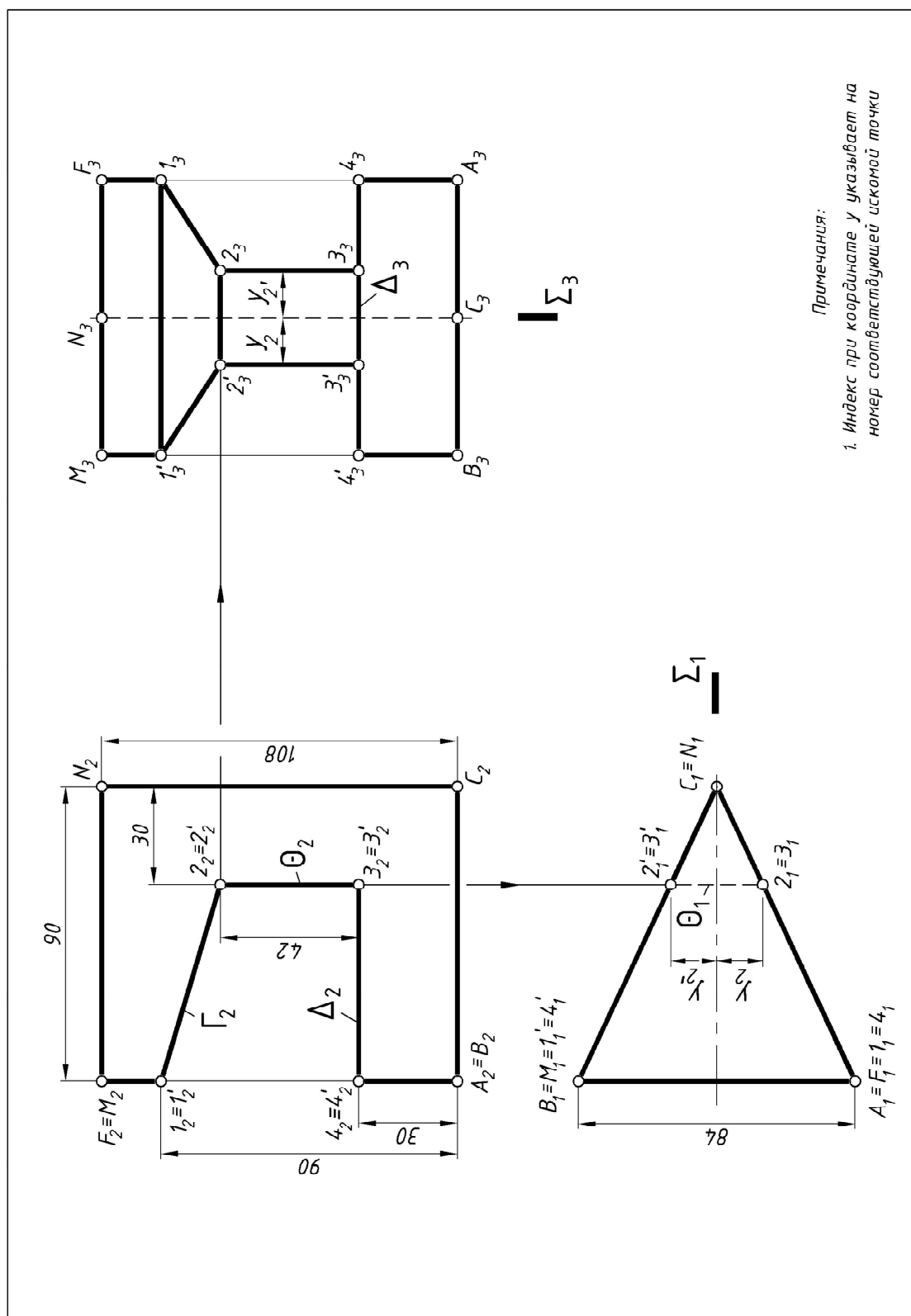


Рис. 1. Пример построения проекций прямой треугольной призмы с вырезом

За базовую плоскость отсчета измерений в направлении оси y берем фронтальную плоскость Σ (Σ_1^* , Σ_3^*), проходящую через плоскость симметрии призмы. На чертеже горизонтальная проекция этой плоскости Σ_1 – вырожденная, совпадает с осью симметрии горизонтальной проекции призмы, профильная проекция Σ_3 – с осью симметрии профильной проекции призмы. Профильная проекция призмы строится на произвольном расстоянии от фронтальной проекции исходя из рациональной компоновки чертежа.

Профильные проекции точек соединяем между собой линиями в таком же порядке, как это выполнено на горизонтальной плоскости проекций.

Плоскость Θ – профильная. Ее профильную проекцию определяет прямоугольник $2_3 3_3 3'_3 2'_3$ – натуральная величина плоскости Θ .

Плоскость Δ – горизонтальная. Ее фронтальная проекция – отрезок прямой линии $4_2 6_2$, профильная проекция – отрезок $4_3 4'_3$. Без искажения эта плоскость проецируется на горизонтальную плоскость $4_1 3_1 4'_1 3'_1$.

2. Построение проекций пирамиды с вырезом плоскостями частного положения

На рис. 2 изображена правильная четырехугольная пирамида с вырезом, образованным тремя плоскостями: фронтально-проецирующей Γ (Γ_2^*), профильной Θ (Θ_2^* , Θ_1^*) и горизонтальной Δ (Δ_2^* , Δ_3^*). Фронтальная проекция линии выреза задана фронтальными проекциями Δ , Θ , Γ , на которых проекции точек 1 (1_2), 2 (2_2), 5 (5_2), 6 (6_2) находятся на ребрах пирамиды, проекции точек 3 (3_2) и 4 (4_2) – на линиях пересечения вырожденных проекций плоскостей выреза.

При заданной фронтальной проекции пирамиды следует достроить горизонтальную проекцию и построить профильную.

Плоскость Δ пересекает поверхность пирамиды по фигуре, подобной основанию, так как она параллельна основанию. В вырезе ее часть ограничена контуром $6544'5'$, где отрезок $44'$ является линией пересечения плоскостей Δ и Θ . Горизонтальная проекция точки 6 определяется непосредственным проецированием ее на горизонтальную проекцию ребра SA . Базовая плоскость измерений Σ (Σ_1^* , Σ_3^*) совпадает с осью симметрии горизонтальной и профильной проекций пирамиды.

Горизонтальные проекции точек 5 и 5' находим по их профильным проекциям из условия принадлежности их ребрам SD и SB , используя значения y_5, y'_5 . При построении профильных проекций точек 4, 4' по заданным фронтальной и горизонтальной проекциям необходимо использовать параметры y_4 и y'_4 .

Плоскость Θ пересекает поверхность пирамиды по четырехугольнику $33'4'4$. Отрезок $33'$ является линией пересечения плоскостей Θ и Γ .

Боковые грани пирамиды являются плоскостями общего положения. Точка 3 построена на грани SCD с помощью прямой t , которая проведена через точку 3 и параллельна стороне основания DC этой грани. По фронтальной и горизонтальной проекциям точки 3 построена ее профильная проекция, для чего использована координата y_3 , отмеренная от базовой плоскости Σ .

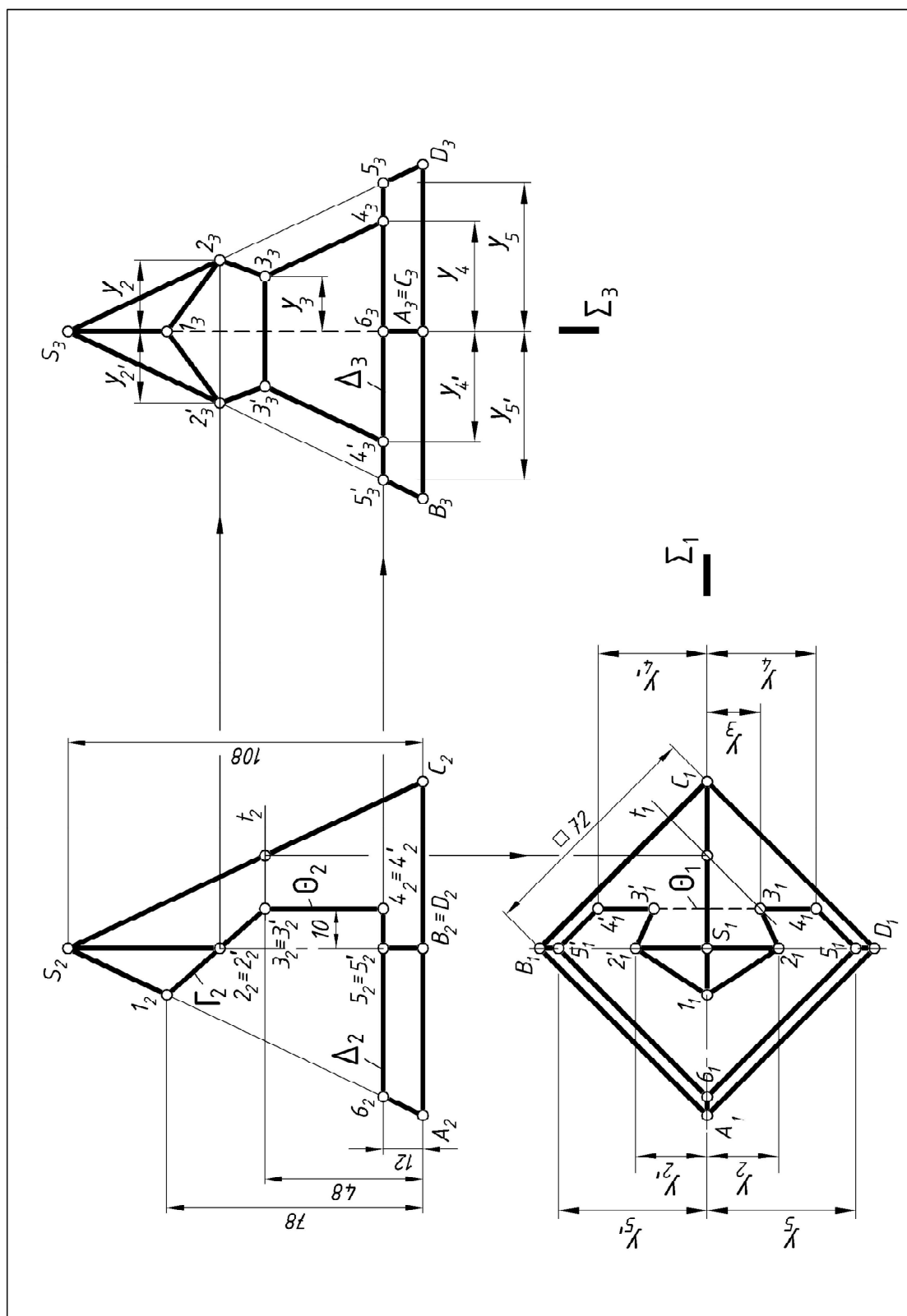


Рис. 2. Пример построения проекции пирамиды с вырезом

Фронтально-проецирующая плоскость Γ пересекает поверхность пирамиды по пятиугольнику $1233'2'$. Горизонтальная проекция точки 1 построена непосредственным проецированием ее на горизонтальную проекцию ребра SA . Профильная проекция точки 1 принадлежит профильной проекции ребра SA . Горизонтальные проекции точек 2 и $2'$, принадлежащих ребрам SD и SD' , найдем по профильной проекции, для чего используются координаты y_2 и $y_{2'}$ точек 2 и $2'$.

Последовательно соединяя горизонтальные и профильные проекции точек, получаем проекции плоскости выреза $\Gamma(1233'2'1)$.

3. Построение проекций цилиндра с вырезом плоскостями частного положения

На рис. 3 приведен пример построения проекций прямого кругового (горизонтально-проецирующего) цилиндра с вырезом, выполненным тремя плоскостями.

Фронтально-проецирующая плоскость Γ (Γ_2^*) пересекает цилиндр по части эллипса, на которой отмечены характерные точки (4, 5, 8) и случайные (6, 7). Профильная плоскость Θ (Θ_2^* , Θ_1^*) пересекает цилиндрическую поверхность по прямоугольнику $344'3'$. Горизонтальная плоскость Δ (Δ_2^* , Δ_3^*) перпендикулярна оси цилиндра и пересекает цилиндрическую поверхность по части окружности $3212'3'$. Фронтальная проекция линии сечения плоскостями Δ , Θ и Γ с обозначенными характерными точками принадлежит вырожденным фронтальным проекциям этих плоскостей, а горизонтальные проекции характерных точек этой линии принадлежат вырожденной проекции цилиндра – окружности.

Напомним, что боковая поверхность прямого кругового цилиндра в данном случае горизонтально-проецирующая и ее вырожденная проекция (окружность) обладает собирательным свойством. Следовательно, горизонтальная проекция точек и линий, принадлежащих боковой поверхности, совпадает с горизонтальной проекцией боковой поверхности цилиндра – окружностью.

Линия $2_32'_3$ представляет собой профильную (вырожденную) проекцию плоскости Δ . За базовую плоскость для отсчета координаты y выбрана фронтальная плоскость Σ (Σ_1^* , Σ_3^*), проходящая через ось вращения цилиндра.

По двум проекциям точек линии выреза строят ее профильную проекцию. Полученные точки соединяют в последовательности, определяемой фронтальной проекцией. Так как в цилиндре выполнен вырез, то на профильной проекции цилиндра отсутствуют части очерковых образующих между проекциями точек 2_3 , 5_3 и $2'_3$, $5'_3$.

Кроме того, на профильной проекции необходимо провести линии пересечения плоскостей Θ и Γ – прямую $4_34'_3$ и плоскостей Δ и Θ – прямую $3_33'_3$. Обводим чертеж соответствующими линиями, оставляя необходимые линии построений.

Рис. 3. Пример построения проекций прямого цилиндра с вырезом

4. Построение проекций прямого кругового конуса с вырезом, выполненным плоскостями частного положения

На рис. 4 приведен пример построения проекций прямого кругового конуса, поверхность которого – поверхность общего положения. Вырез выполнен тремя секущими плоскостями. Плоскость Γ (Γ_2^*), параллельная одной образующей конуса, пересекает его поверхность по параболе с вершиной в точке 1; плоскость Δ (Δ_2^* , Δ_3^*), перпендикулярная к оси конуса, – по части окружности; плоскость Θ (Θ_2^* , Θ_1^*), параллельная двум образующим конуса, пересекает поверхность конуса по гиперболе с вершиной в точке 8.

Фронтальная проекция линии выреза принадлежит фронтальным проекциям Γ_2 , Δ_2 , Θ_2 данных плоскостей, на которых намечены проекции точек 1_2 – 8_2 линии выреза. Горизонтальные проекции этих точек 1_1 – 8_1 построены по их фронтальным проекциям из условия их принадлежности конической поверхности, для чего использованы параллель-окружности поверхности, проводимые через эти точки на конической поверхности. Плоскости выреза пересекаются между собой по отрезкам прямых линий, перпендикулярных плоскости Π_2 и проецирующихся на ней в проекции точек $6_2 6'_2$ и $4_2 4'_2$, а на плоскость Π_1 в отрезки $6_1 6'_1$ – видимый и $4_1 4'_1$ – невидимый.

Плоскость Γ – фронтально-проецирующая, параллельная одной образующей, поэтому на горизонтальную и профильную плоскость проекций проецируется в виде одинакового по форме, но разного по размерам контура, который ограничен отрезком прямой линии 44 пересечения плоскостей Γ и Δ и параболы. Для построения линии пересечения поверхности конуса плоскостью Γ на поверхности конуса, на ее заданной проекции, намечают ряд точек, количество которых обеспечивает необходимую точность и определяет характер линии.

Фронтальные проекции случайных точек A и A' выбраны произвольно, но ближе к вершине параболы (точка 1). Горизонтальные проекции точек A_1 и A'_1 построены с помощью параллель-окружности радиуса R_A , проведенной через эти точки на конической поверхности. Профильные проекции A_3 A'_3 определены по горизонтальной проекции при помощи значений y_A и $y_{A'}$. Горизонтальные проекции случайной точки B определены с помощью параллель-окружности радиуса R_B (см. рис. 4)

Фронтальная проекция характерной точки 1 (1_2) принадлежит фронтальной очерковой конуса. Ее горизонтальная и профильная проекция – горизонтальная и профильная проекции фронтальной очерковой. Профильные проекции характерных точек 2 и $2'(2_3$ и $2'_3)$ лежат на профильной проекции очерковых образующих конуса. По профильным проекциям этих точек находим их горизонтальные проекции, используя координаты y_2 и y'_2

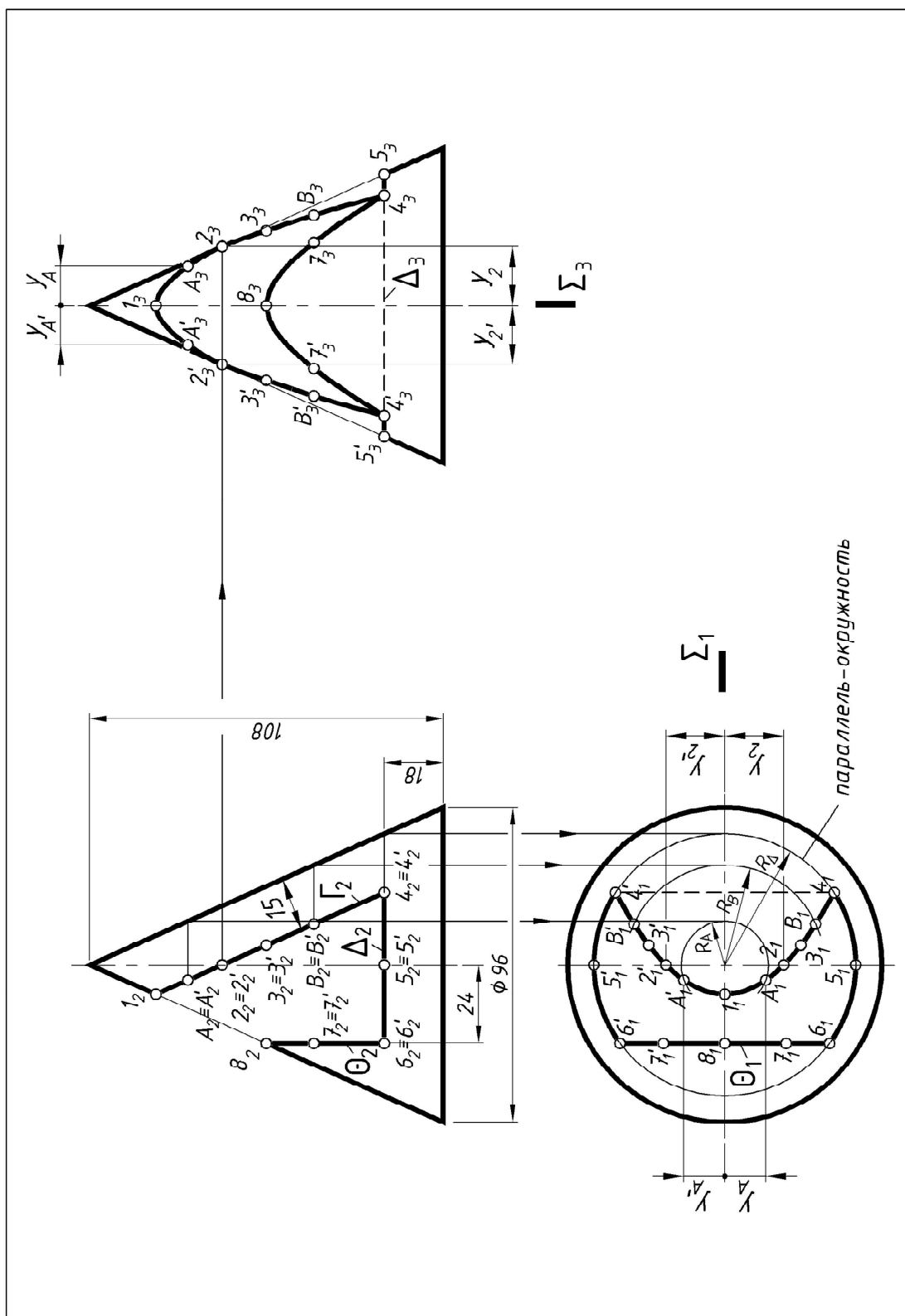


Рис. 4. Пример построения проекций прямого кругового конуса с вырезом

Горизонтальная плоскость выреза Δ пересекает поверхность конуса по двум дугам окружности радиусом R_Δ и отрезкам прямых $44'$ и $66'$ линий пересечения плоскостей Γ и Δ , Δ и Θ . Таким образом, горизонтальная проекция плоскости Δ представляет собой неискаженный контур, ограниченный двумя дугами окружности и двумя отрезками прямых линий. Профильная проекция этой плоскости выреза – отрезок прямой линии $5_35_3'$, заключенный между крайними (очерковыми) профильными образующими конуса.

5. Проекция шара

Ортогональная проекция шара – круг. Любая плоскость пересекает поверхность шара по окружности. В зависимости от положения секущей плоскости относительно плоскостей проекций Π_1 , Π_2 , Π_3 окружность сечения может проецироваться в отрезок прямой линии, окружность или эллипс.

На рис. 5 изображен шар в ортогональных проекциях, в которых выполнен вырез плоскостями Δ (Δ_2^* , Δ_3^*), Θ (Θ_2^* , Θ_1^*), Γ (Γ_2^*).

Горизонтальная плоскость Δ пересекает поверхность шара по части окружности 123 радиусом $O'_2,1_2$, которая на горизонтальную плоскость проекций проецируется в натуральную величину, то есть в замкнутый контур, ограниченный дугой окружности $3_12_11_22'_13'_1$ и отрезком прямой линии $3_13'_1$ пересечения плоскостей выреза Δ и Θ .

На профильную плоскость проекций эта плоскость проецируется (вырождается) в отрезок прямой линии $2_32'_3$.

Профильная плоскость Θ пересекает поверхность шара по части окружности 345 радиусом R_Θ , которая проецируется на плоскость Π_3 в виде замкнутого контура, ограниченного двумя дугами окружности $3_34_35_3$ и $3'_34'_35'_3$, а также двумя отрезками прямых $3_33'_3$ и $5_35'_3$ пересечения плоскостей Δ и Θ , Θ и Γ . На горизонтальную плоскость проекций Π_1 линия пересечения этой плоскости с поверхностью шара проецируется в отрезок прямой линии $4_14'_1$.

Линией пересечения поверхности шара с плоскостью Γ является окружность, радиус которой – отрезок O''_29_2 . Центр этой окружности $O''(O''_2O''_1)$ определяется в пересечении перпендикуляра, опущенного из центра сферы на данную плоскость. Горизонтальная и профильная проекции этой окружности – эллипсы. Большие полуоси эллипсов O''_16_1 и O''_36_3 равны радиусу окружности O''_29_2 . Построение проекций эллипсов сводится к построению необходимого количества случайных точек, которые в горизонтальных и профильных проекциях строятся исходя из принадлежности их поверхности шара, то есть с помощью параллель-окружностей, проходящих через эти точки, однако, в первую очередь, необходимо найти характерные (опорные) точки.

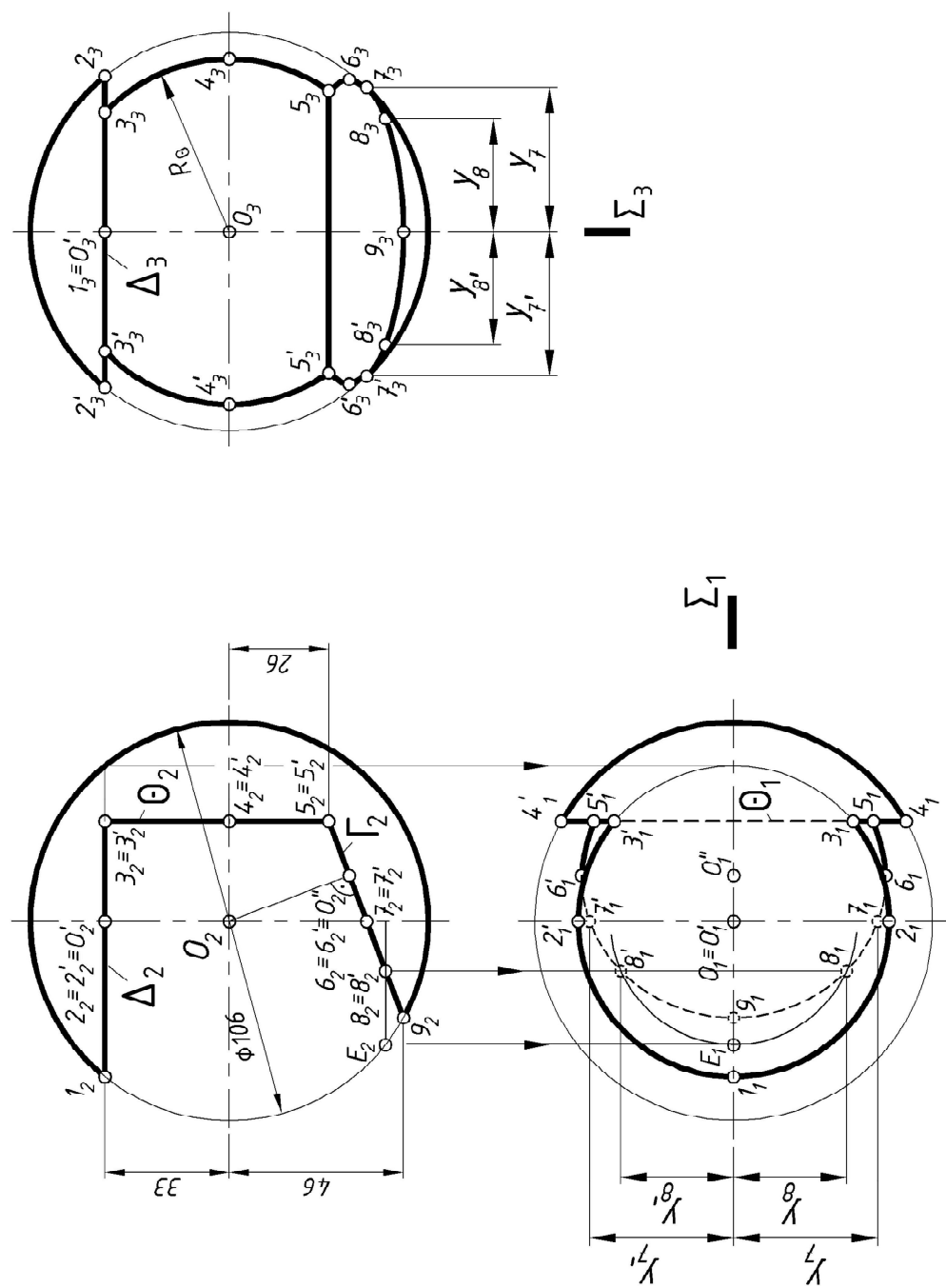


Рис. 5. Пример построения проекции шара с вырезом

Точки 9 и 1 являются характерными, так как лежат на очерковых образующих шара. В данном примере характерная точка 9 принадлежит фронтальной очерковой. Профильные проекции точек 7 и 7' (7_3 и $7'_3$) лежат на профильной очерковой шара – окружности. По профильным проекциям этих точек находим (измерив) их горизонтальные проекции 7_1 , $7'_1$, используя координаты y_7 и y'_7 .

Для построения горизонтальных проекций случайных точек 8 и 8' через них проведена параллель-окружность, радиус которой определится точкой E (E_2 , E_1), принадлежащей фронтальной очерковой шара. Для построения профильных проекций точек 8 и 8' (8_3 и $8'_3$) использованы значения y_8 и y'_8 . Определив на плоскости Π_1 и Π_3 достаточное количество точек, соединяем их на каждой плоскости плавной кривой (с помощью лекала) с учетом видимости.

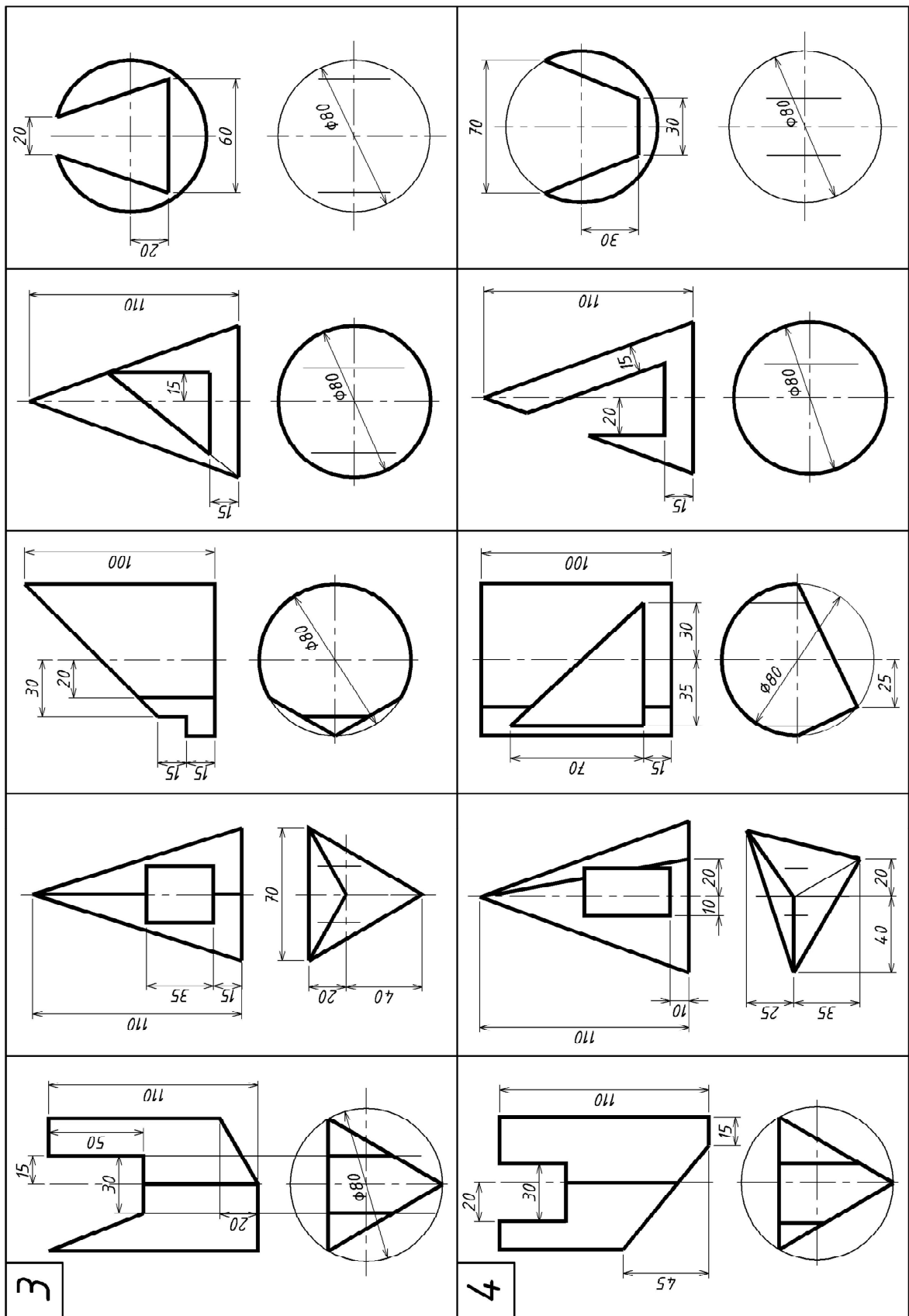
Заметим, что плоскость Γ проецируется на плоскость Π_2 отрезком прямой линии, а на плоскости Π_1 и Π_3 – с искажением, в виде замкнутого контура, ограниченного дугой эллипса и отрезком прямой линии $55'$ ($5_1 5'_1$ и $5_3 5'_3$) пересечения плоскостей Γ и Θ . На профильной проекции шара между точками 2_3 и 7_3 , $2'_3$ и $7'_3$ отсутствует профильная очерковая шара.

СПИСОК РЕКОМЕНДУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. ЕСКД. Основные надписи: ГОСТ 2.104-2006.
2. ЕСКД. Форматы: ГОСТ 2.301-68.
3. ЕСКД. Масштабы: ГОСТ 2.302-68.
4. ЕСКД. Линии: ГОСТ 2.303-68.
5. ЕСКД. Шрифты чертежные: ГОСТ 2.304-81.
6. ЕСКД. Изображения – виды, разрезы, сечения: ГОСТ 2.305-2008.
7. ЕСКД. Нанесение размеров и предельных отклонений: ГОСТ 2.307-2011.
8. Крылов, Н. Н. Начертательная геометрия / Н. Н. Крылов, Г. С. Иконников, В. Л. Николаев. – М.: Высшая школа, 2002. – 224 с.
9. Виноградов, В. Н. Начертательная геометрия / В. Н. Виноградов. – Минск: Амалфея, 2001. – 368 с.
10. Георгиевский, О. В. Начертательная геометрия : сборник задач с решениями типовых примеров / О. В. Георгиевский. М.: Астрель-АСТ, 2002. – 278 с.
11. Фролов, С. А. Начертательная геометрия / С. А. Фролов. – М., 2002. – 240 с.
12. Чекмарев, А. А. Начертательная геометрия и черчение / А. А. Чекмарев. – М., 2005. – 200 с.
13. Начертательная геометрия: конспект лекций: в 2 ч. / Ю. И. Садовский [и др.]; под ред. В. В. Тарасова. – Минск: БНТУ, 2010. – Ч.1: Метод Монжа. Позиционные задачи. – 88 с.
14. Методическое пособие с элементами программированного обучения по курсу «Начертательная геометрия» для студентов строительных специальностей / З. И. Александрович [и др.]; под общ. ред. З. И. Александрович. – Минск: БГПА, 1994. – 66 с. – Часть 1: Позиционные задачи.
15. Уласевич, З. Н. Начертательная геометрия / З. Н. Уласевич. – М., 2009. – 180 с.
16. Шуберт, И. М. Индивидуальные задания по начертательной геометрии и методические указания по решению и оформлению расчетно-графических работ : учебно-методическое пособие / И. М. Шуберт, О. Н. Касаткина, Ю. И. Садовский. – Минск: БНТУ, 2014. – 78 с.

Варианты заданий

<p>1</p>	<p>2</p>



Примеры выполнения заданий

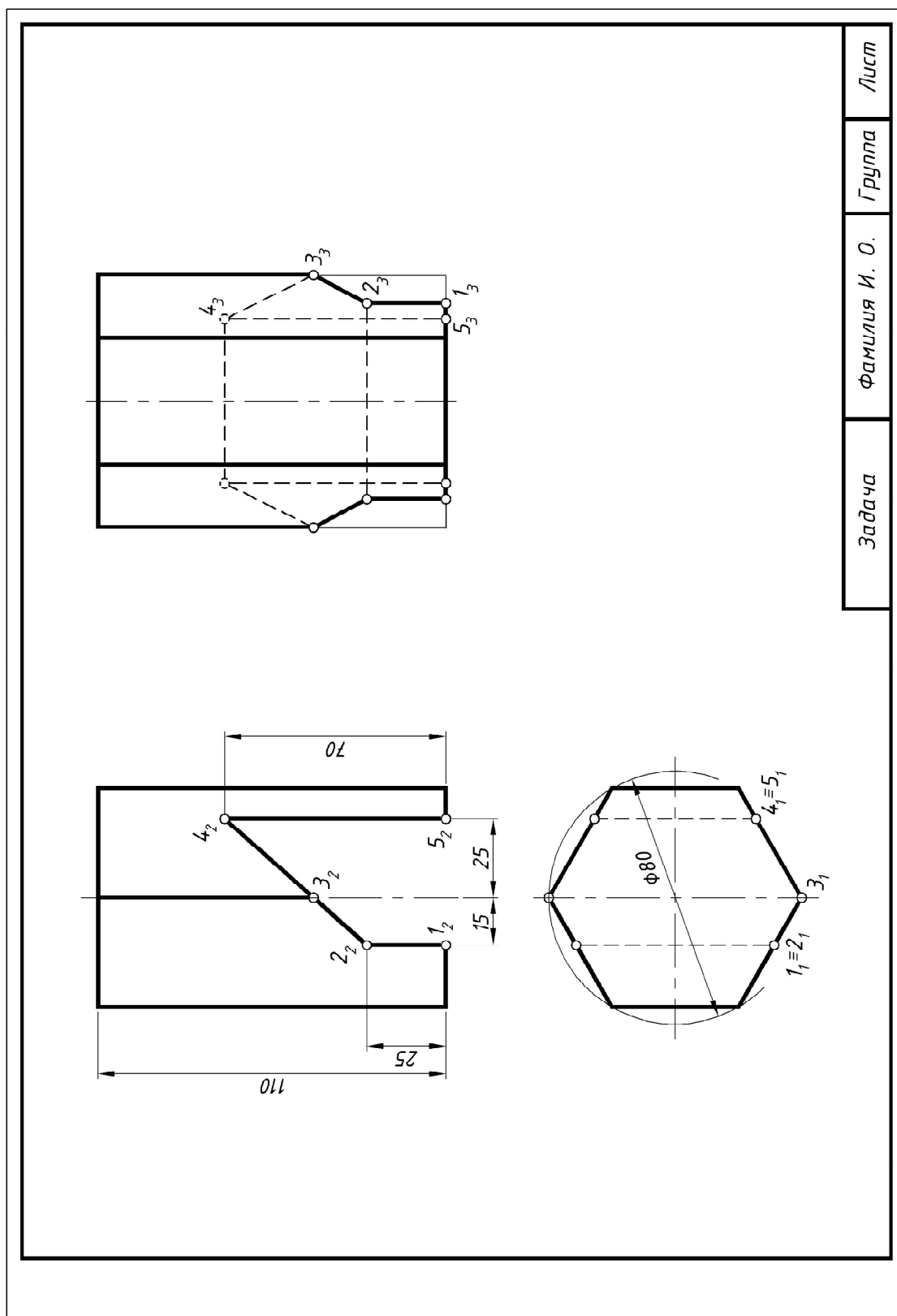
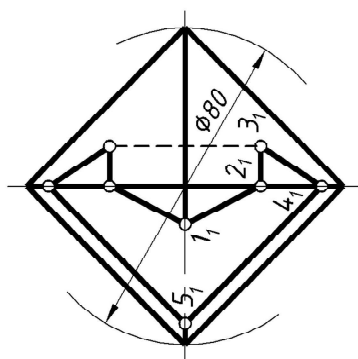
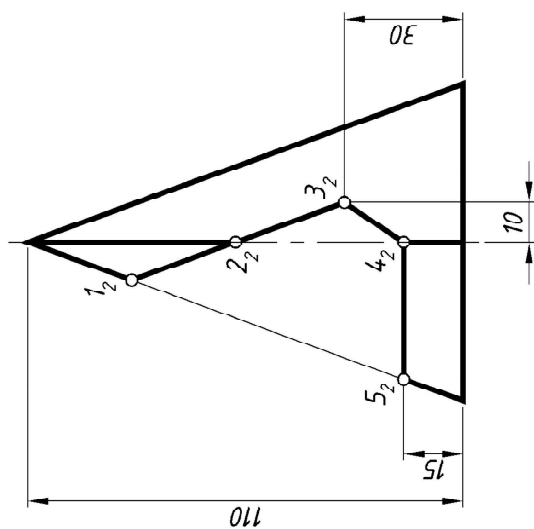
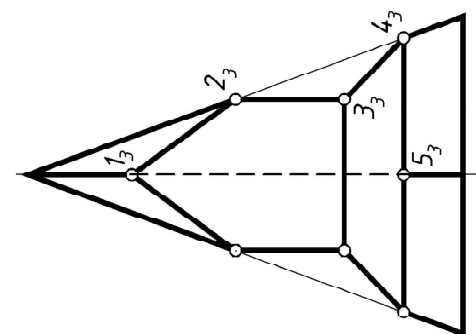


Рис. П .1



Задача	Фамилия И. О.	Группа	Лист
--------	---------------	--------	------

Рис. П 2

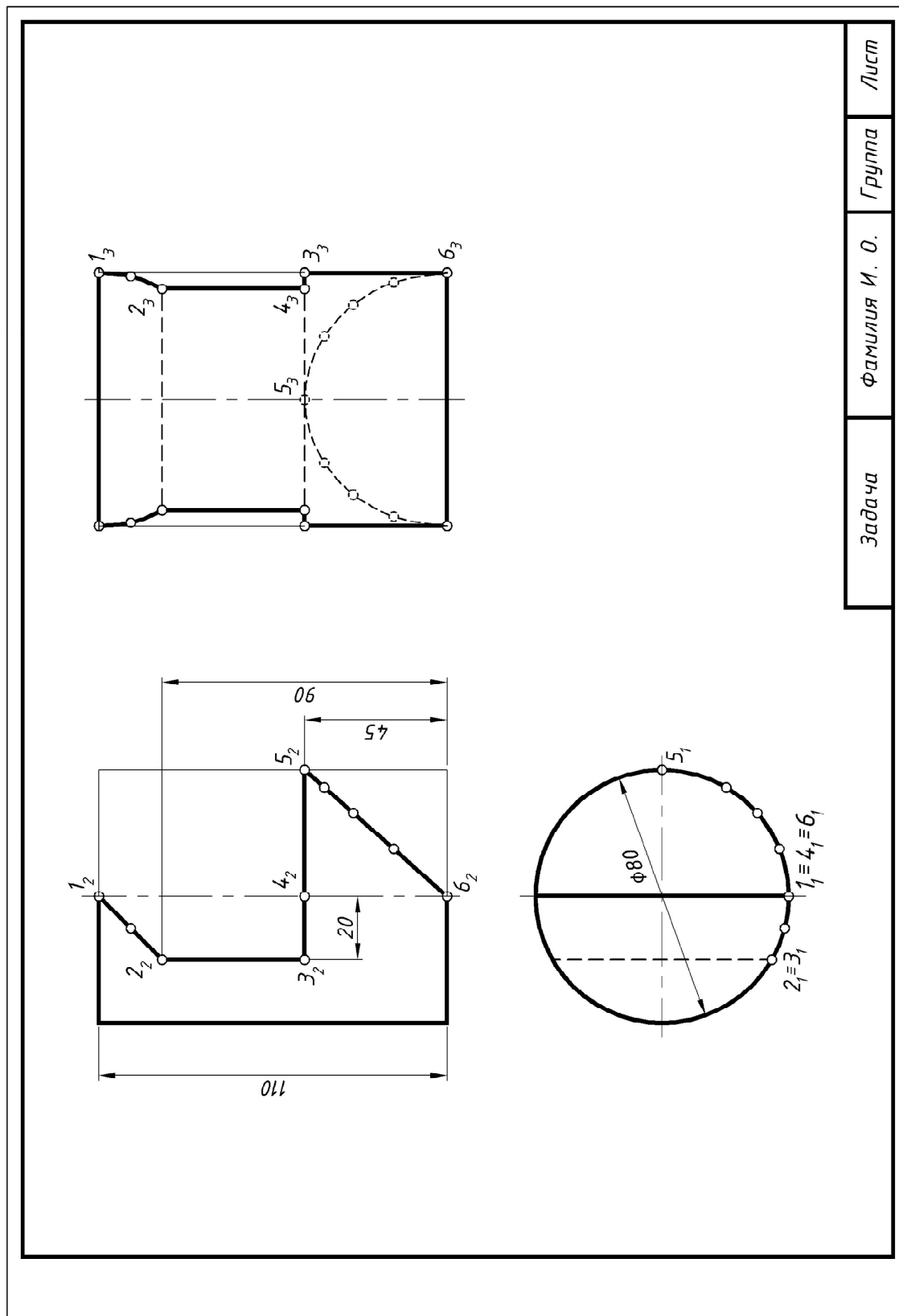


Рис. П 3

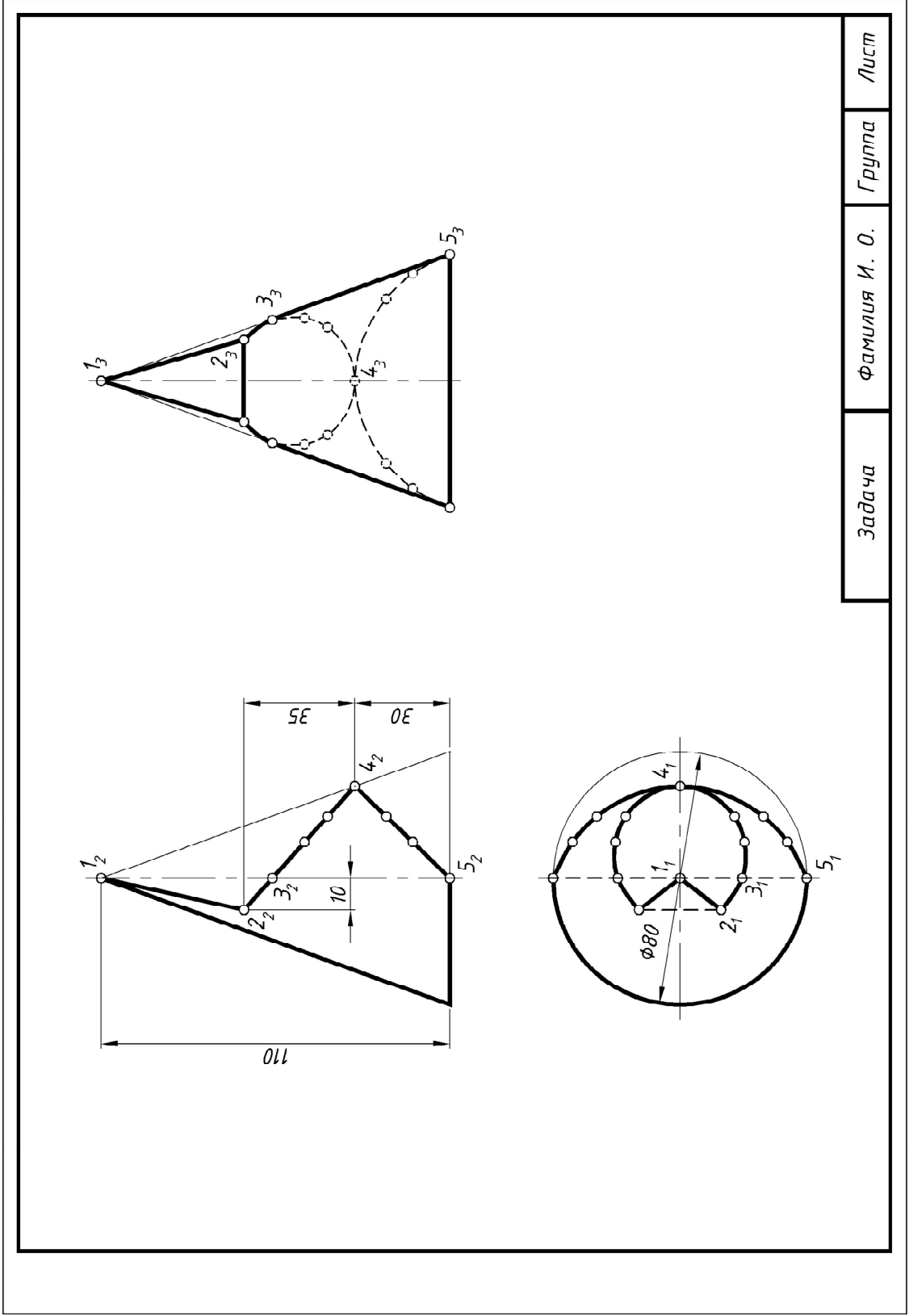


Рис. П 4

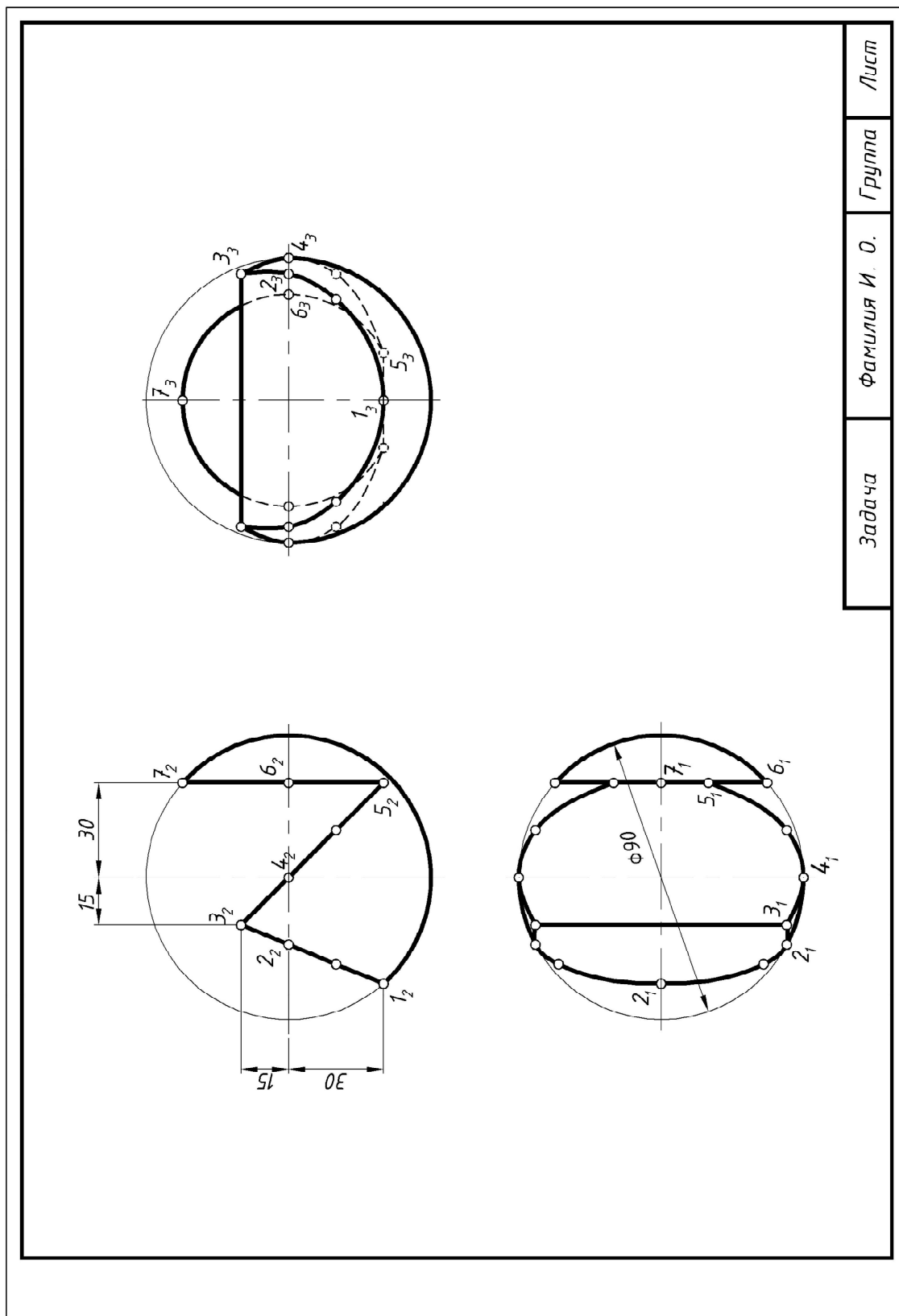


Рис. П .5

Лист

Группа

Фамилия И. О.

Задача