

Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Техническая физика»

Лаборатория оптики и атомной физики

Лабораторная работа № 309д

«Дифракция и интерференция»

Авторы учебной программы и составители методических указаний:

Мархвида И. В., Сидоревич А. В.

Минск 2012

Порядок теоретической подготовки к выполнению работы.

Изучить и законспектировать в тетрадь ответы на контрольные вопросы.

Контрольные вопросы:

1. В чём состоит явление дифракции света?
2. В чём заключается принцип Гюйгенса-Френеля?
3. Записать условие возникновения дифракционных максимумов и минимумов, анализируя формулу (11).
4. Как влияет ширина щели на вид дифракционной картины?
5. Что такое период интерференционной картины T (ширина интерференционных полос)?
6. Как влияет на интерференционную картину длина волны и расстояние между источниками?
7. Как изменится распределение интенсивности в плоскости наблюдения при прохождении светом экрана с двумя щелями по сравнению с дифракционной картиной от одной щели и почему?

Литература:

1. И. В. Савельев. Курс общей физики, т.2. М., Наука, 1982.
2. Дж. Гудмен. Введение в Фурье-оптику. М., Мир, 1979.
3. А. Н. Матвеев. Оптика. М., Высшая школа, 1985.
4. Г. Я. Мякишев, Б. Б. Буховцев. Физика (10 класс). М., Просвещение, 1983.

Введение

Тема "Дифракция" традиционно занимает значительное место в курсе изучения физики, поскольку дифракционные явления являются важнейшими в волновой оптике. При распространении в однородном пространстве идеальной плоской электромагнитной волны с неограниченным фронтом волна не испытывает изменения геометрической формы фронта. Однако, если распространение света идет не в однородной среде, а в среде, где есть непрозрачные экраны или области со сравнительно резким изменением показателя преломления, приводящим к соответствующим искажениям фронта волны, то при дальнейшем распространении волновой фронт изменяется и происходит перераспределение интенсивности в пространстве - т.е. возникают явления, объединяемые названием дифракция света. Наиболее отчетливо дифракция проявляется в случаях, когда непрозрачные экраны вырезают из сплошного фронта ту или иную его часть и размеры экранов сравнимы или меньше радиуса первой зоны Френеля. Такие условия встречаются далеко не на каждом шагу, поэтому понятие дифракции не относится к разряду интуитивно воспринимаемого. Аналогичное замечание можно сделать и относительно интерференции, между которыми весьма условно можно провести разграничение. Если к интерференции относят явления, в которых происходит сложение конечного числа волн, то в дифракционных задачах складывается бесконечно большое число элементарных волн, источники которых непрерывно расположены в пространстве. Сложение электромагнитных волн приводит к существенному перераспределению интенсивности в суммарной волне и требует для объяснения таких новых понятий как фаза, разность фаз, когерентность и т.п. [1-4].

Элементарная теория (или что надо знать на 4 балла).

Поясним суть дифракции на простом примере прохождения плоской волны через отверстие в непрозрачном экране S_c (рис.1). Если плоскость наблюдения P (матовый экран) расположить близко к экрану S_c , то на нем возникнет изображение - освещенная область, контуры которой повторяют форму отверстия. Дифракция на таких расстояниях не проявляется, справедливо приближение геометрической оптики: распределение интенсивности в плоскости наблюдения P можно вычислить, используя закон геометрической оптики - закон прямолинейного распространения света.

Отодвинув экран дальше, мы увидим, что края изображения размываются. Увеличив изображение, мы обнаружим, что четкая граница превратилась в систему близко расположенных максимумов и минимумов, плавно переходящих друг в друга. Начинает проявляться дифракция света. Ее называют дифракцией Френеля.

По мере дальнейшего удаления экрана световое пятно будет изменяться, причем будут наблюдаться следующие закономерности:

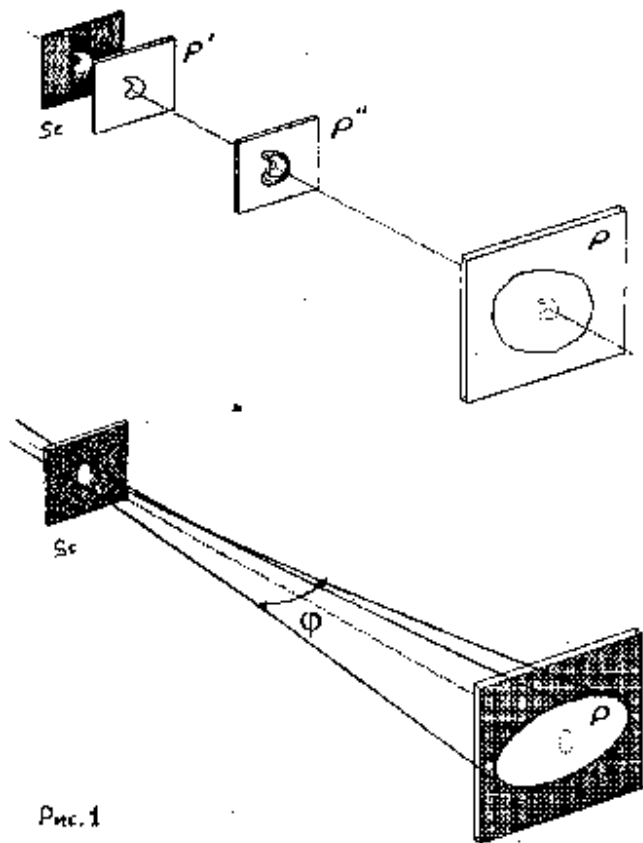


Рис. 1

а) оно будет занимать все большее пространство, гораздо больше размеров отверстия;

б) его форма (распределение интенсивности) уже не будет иметь ничего общего с контурами отверстия.

На больших расстояниях возникновение дифракционных картин называют дифракцией Фраунгофера (частный случай дифракции Френеля).

Как видно из рисунка, для того, чтобы свет попал в эту область необходимо, чтобы произошло отклонение лучей от прямолинейного распространения (т. е. нарушился закон геометрической оптики) и

луч* отклонился в область геометрической тени.

Отсюда следующее определение: **Дифракция** – это отклонение лучей в область геометрической тени при прохождении препятствия.

Учитывая, что понятие геометрической тени сложнее определить для прозрачных экранов, частиц, пропускающих свет, и вообще невозможно для малых оптических неоднородностей, у которых показатель преломления непрерывно, но резко меняется до показателя преломления окружающей среды, можно встретить более общее определение, опускающее термин "геометрическая тень":

Дифракция - это совокупность явлений, возникающих в процессе распространения света, связанных с отклонениями от законов геометрической оптики.

Условия возникновения дифракции. Что считать большими и небольшими расстояниями на рис.1? Геометрическая оптика предполагает, что длина волны стремится к нулю. То есть, если все размеры в задаче (в данном примере размер отверстия) гораздо больше, чем длина волны (для видимого света λ порядка 0.5 мкм), то дифракция не наблюдается. Можно запомнить, что угол φ (в радианах), внутри которого распространяется энергия электромагнитной волны, оценивается из соотношения $\varphi \cong \lambda/b$, где b - диаметр отверстия. Следовательно, для отверстий, диаметр которых сравним с длиной волны, дифракционные явления отчетливо проявляются.

*Под лучом мы понимаем теперь линию, вдоль которой переносится энергия электромагнитной волны.

Почему возникает дифракция? Ответ на вопрос о причинах возникновения дифракции дает принцип Гюйгенса - Френеля. Он поясняет, как построить волновой фронт в момент времени $t + \Delta t$, если известно его расположение в момент времени t .

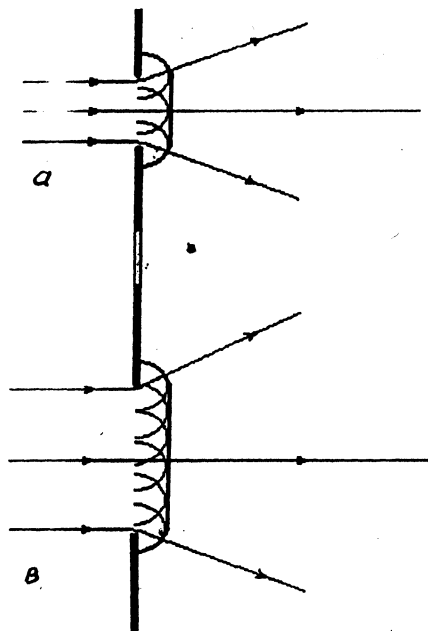


Рис.2. Формирование волнового фронта из элементарных сферических волн для отверстий разного размера (2а и 2в).

Принцип Гюйгенса - Френеля.

а) Каждая точка, до которой доходит волновое движение, служит центром вторичных волн.

б) Огибающая этих вторичных волн дает положение фронта в следующий момент времени.

На примере, приведенном на рис.2, видно, что лучи (которые должны быть перпендикулярны волновому фронту) действительно изогнутся за отверстием. Однако, первые два пункта, сформулированные Гюйгенсом, позволяют определить направление, но не позволяют оценить интенсивность лучей. Таким образом, нельзя объяснить разницу в картине дифракции на рис.2а и 2в для отверстий различного размера. Устранить эту неопределенность помог дополнительный принцип, сформулированный Френелем:

в) Результирующая волна является суммой вторичных волн, которые складываются в соответствии с законом интерференции (другими словами с учетом их фазы).

Теоретическая часть. (Математическая формулировка принципа Гюйгенса-Френеля).

В современной оптике принцип Гюйгенса-Френеля не является постулатом, поясняющим возникновение дифракции. Это прямое следствие уравнений Максвелла.

Согласно принципу Гюйгенса-Френеля напряжённость поля в точке P (рис.3) может быть вычислена суммированием элементарных волн.

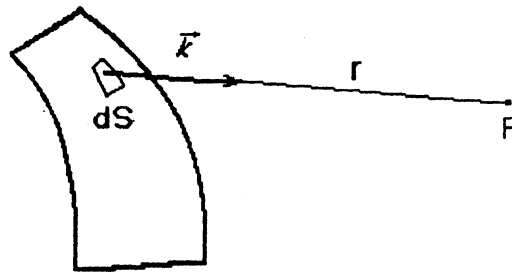


Рис.3. Суммирование элементарных волн.

Каждая из этих элементарных сферических волн описывается выражением

$$dE = \frac{E_o}{r} \cdot e^{i(\omega t - kr)} dS, \quad (1)$$

где $(E_o/r)dS$ - амплитуда сферической волны, посылаемой в точку P элементом поверхности dS , а фаза зависит от расстояния r между точками dS и P . Полная напряжённость поля тогда определяется как

$$E_p = \iint_S \frac{E_o}{r} \cdot e^{i(\omega t - kr)} dS = e^{i\omega t} \iint_S \frac{E_o}{r} \cdot e^{-ikr} dS. \quad (2)$$

Если поместить в точку P экран, то результирующая комплексная амплитуда вектора E_p и интенсивность волны, которая определяется квадратом модуля вектора E_p , будет изменяться в зависимости от координаты экрана (x, y) , и мы будем наблюдать 2-х мерную дифракционную картину. Зависимость от времени для интенсивности пропадает, т.е. она не меняется с течением времени:

$$I_p = |E_p|^2 = \left| \iint_S \frac{E_o}{r} \cdot e^{-ikr} dS \right|^2. \quad (3)$$

Вычисление интеграла дифракции в общем случае представляет достаточно сложную задачу. Однако ряд частных случаев сравнительно легко поддается анализу.

Зоны Френеля.

Для задач, обладающих симметрией, например, дифракции на круглом отверстии, был разработан оригинальный метод вычисления амплитуды колебаний, который был назван методом зон Френеля. Мы рассмотрим сначала принцип построения зон, а затем решим задачу дифракции на круглом отверстии.

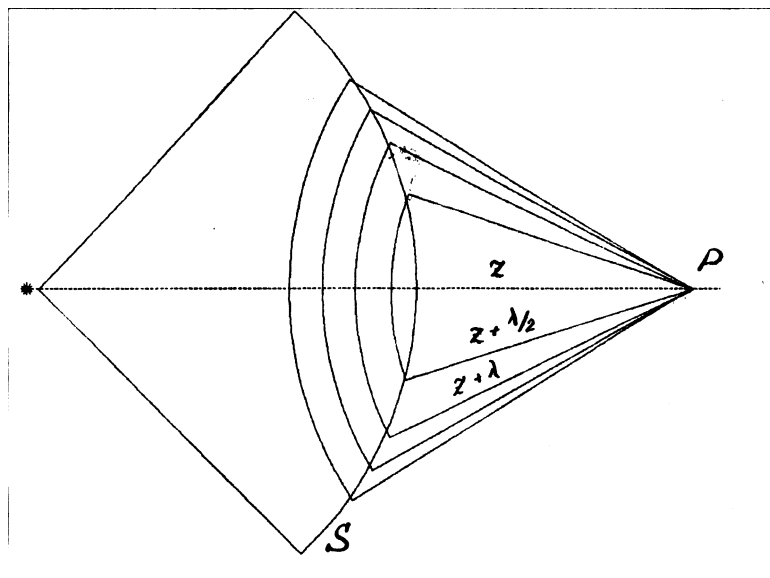


Рис.4. Построение зон Френеля.

Пусть от точечного источника распространяется сферическая волна. Волновой фронт через некоторое время будет представлять собой сферу S . Суть метода заключается в том, что волновая поверхность разбивается на концентрические кольцевые зоны, каждая из которых испускает свою волну, и эти волны складываются. Расстояние от краев каждой зоны до точки наблюдения P , где вычисляется амплитуда колебаний, отличается на $\lambda/2$. С точки зрения математики, интеграл (2) разбивается на сумму интегралов. Каждый из них представляет собой волну, исходящую от отдельной зоны. Колебания, приходящие в точку P от аналогичных точек соседних зон, находятся в противофазе. Соответственно и волны от соседних зон будут в противофазе, т.е. складывать их мы должны с противоположными знаками:

$$E_p = E_1 - E_2 + E_3 - \dots \quad (4)$$

Нетрудно показать, что площади зон равны, следовательно, амплитуды $E_1, E_2, E_3 \dots$ будут практически равны. При большом числе зон необходимо учитывать, что равенство между амплитудами волн от отдельных зон является приближенным. Более строго они должны удовлетворять неравенству

$$E_1 > E_2 > E_3 > \dots \quad (5)$$

Отметим также, что внешние радиусы зон r_n для источника, находящегося в бесконечности, можно вычислить по формуле (вывод см. в учебнике [1,2])

$$r_n^2 = n\lambda z. \quad (6)$$

Перегруппируем члены равенства (4) следующим образом:

$$E_p = E_1/2 + (E_1/2 - E_2 + E_3/2) + (E_3/2 - E_4 + E_5/2) + \dots \quad (7)$$

Поскольку $E_1 + E_3 \cong 2E_2$, то выражение в первой скобке обращается в нуль. Аналогично и остальные скобки обращаются в нуль. В результате

$$E_p = E_1/2. \quad (8)$$

Дифракция на круглом отверстии. (Пример дифракции Френеля).

а) Пусть отверстие имеет радиус, равный радиусу первой зоны Френеля. Таким образом первая зона будет открыта, а остальные изолированы. Амплитуда волны, приходящей в точку P , лежащую на оси, будет равна $E_p = E_1$, т.е. в два раза больше чем в случае свободного без препятствия распространения волны от источника до точки P .

б) В случае, когда открыты две зоны $E_p = E_1 - E_2 \cong 0$. В точке P наблюдается минимум интенсивности.

в) В общем случае: если на отверстии укладывается нечетное число зон - в точке P будет максимум, если четное - минимум.

Для большого числа зон n амплитуда E_p вычисляется по формуле (7) для конечного числа членов. В суммировании остаются лишь $E_1/2$ и $E_n/2$, причем последний член может быть уже существенно меньше первого в силу (5):

$$E_p = E_1/2 + (-1)^{n+1} E_n/2.$$

Дифракция Фраунгофера.

В случае, когда r очень велико, т.е. плоскость наблюдения находится далеко от отверстия, имеет место дифракционное приближение Фраунгофера. Сначала преобразуем интеграл (3) в форму, которая употребляется для описания дифракции Фраунгофера. Радиус вектор r представим в виде $r = \sqrt{z^2 + r_o^2} \cong z(1 + r_o^2/2z^2)$, где было учтено что $z \gg r_o$. В свою очередь $r_o^2 = (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2$, где ξ, η - координаты в плоскости отверстия, а x, y -

координаты в плоскости наблюдения. Условием применимости дифракции Фраунгофера является неравенство

$$b^2 / \lambda z \ll 1, (9)$$

где b - размеры отверстия, z - расстояние от отверстия до экрана, λ - длина волны падающего света. С физической точки зрения неравенство (9) означает, что размер отверстия гораздо меньше первой зоны Френеля и лучи, приходящие в точку P из разных участков волновой поверхности, можно считать параллельными.

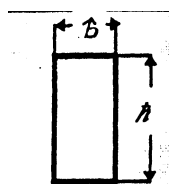
С учетом неравенства (9) окончательное выражение примет вид:

$$E_p = A \cdot \iint e^{\frac{i k}{z}(x\xi + y\eta)} d\xi d\eta. (10)$$

Выражение для интенсивности, как и прежде можно получить, возведя модуль (10) в квадрат. С математической точки зрения интеграл (10) является преобразованием Фурье, широко используемым в физике. В этом случае приведенный интеграл дифракции может быть рассчитан достаточно просто, что позволяет построить 2-х мерное распределение интенсивности световой волны в плоскости наблюдения. Формула (10) позволяет получить аналитическое выражение для распределения интенсивности во многих практически важных случаях: распространение света через прямоугольное и круглое отверстие, дифракционную решетку, зонную пластинку Френеля и другие дифракционно - оптические элементы.

Если в качестве отверстия взять две щели, можно смоделировать интерференцию света на двух щелях (классический опыт Юнга). Более того, любую задачу интерференции можно представить как частный случай расчёта интеграла дифракции (3).

Дифракция на прямоугольном отверстии. (Пример дифракции Фраунгофера).



Выберем в качестве отверстия прямоугольник со сторонами b и h (рис.5). Одномерный интеграл

$$\int_{-b/2}^{b/2} e^{\frac{i k}{z} x \xi} d\xi = -\frac{z}{i k x} e^{\frac{i k}{z} x \xi} \Big|_{-b/2}^{b/2} = \frac{z}{k x} \sin\left(\frac{k x b}{2 z}\right).$$

Рис.5

Вычисляя интеграл (10) от экспоненциальной функции и возводя модуль полученного выражения в квадрат, легко получить, что

$$I = \left| A \frac{\sin(\pi x b / \lambda z)}{\pi x b / \lambda z} \cdot \frac{\sin(\pi y h / \lambda z)}{\pi y h / \lambda z} \right|^2. \quad (11)$$

График функции вдоль различных осей можно наблюдать при выполнении работы. Первый нуль достигается функцией вдоль оси ox в точке x , определяемой условием $x b / \lambda z = 1$. Это равенство легко преобразуется в уже упоминавшееся выше $\varphi \cong \lambda / b$. Аналогично вычисляется положение минимума вдоль оси oy . Следует заметить, что в области главного максимума сосредоточено более 90% энергии дифрагировавшей электромагнитной волны. С другими способами вычисления положения минимумов интенсивности можно ознакомиться в [1,2].

Описание компьютерной программы.

Общие положения. Все необходимые действия по выполнению работы производятся в специальных меню и окнах после получения необходимых сообщений о том или ином действии. В окнах и меню все управление осуществляется стандартными клавишами передвижения курсора, клавишами ввода "Enter" и отказа "Esc". Для перемещения по вертикальным меню используйте клавиши "Вверх", "Вниз", по горизонтальным - "Вправо", "Влево". Для выбора нужного пункта нажмите клавишу ввода. Для отказа от работы в меню предназначена клавиша "Esc".

Начало работы. После запуска на компьютере программы "Дифракция и интерференция" на экране появляется основное меню "Дифракция и интерференция", приглашающее к началу работы. Перед выполнением экспериментальной части рекомендуется ознакомиться со следующими пунктами меню:

- | | |
|---------------------------|------------------|
| 1. Постановка задачи. | 6. Дифракция |
| 2. Цель работы. | 7. Интерференция |
| 3. Физическая модель. | 8. Литература |
| 4. Математическая модель. | 9. Авторы |
| 5. Схема установки. | 10. Выход |

Программа позволяет в любом порядке ознакомиться с вышеперечисленными пунктами.

Цель работы заключается

- а) в наблюдении дифракционной картины, создаваемой прямоугольной щелью, и установлении зависимости угла дифракции от длины волны и размеров щели;
- б) в наблюдении интерференционной картины, создаваемой двумя щелями, и установлении зависимости периода интерференционной картины от длины волны и расстояния между щелями.

Физическая модель описывает дифракцию волны с плоским волновым фронтом и длиной волны λ на отверстиях, размеры которых сравнимы с длиной волны. Расстояние между экраном и плоскостью наблюдения выбирается достаточно большим, так, чтобы выполнялось условие дифракции Фраунгоуфера. Отверстие может представлять собой: а) прямоугольное отверстие; б) два отверстия (опыт Юнга).

Математическая модель. Вычисление амплитуды колебаний в плоскости наблюдений производится в соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля. В каждой точке плоскости наблюдения суммируется 64^2 элементарных волн от экрана с отверстием, причем каждая волна со своей фазой. Для вычислений используется алгоритм дискретного быстрого двумерного Фурье-преобразования.

Эксперимент. Выбор пункта "Дифракция" или "Интерференция" переводит программу в режим горизонтального меню. Оно в свою очередь включает пункты: а) длина волны, б) расстояние, в) параметры, г) результат, д) измерение, е) смена окна.

Длина волны. При выборе этого пункта на экране появляется изображение спектра. Выбор длины волны позволяет, используя клавиши управления курсором ("вправо", "влево"), перемещаться по спектру и выбирать длину волны от 300 до 1000 нм с шагом 1 нм. Значение длины волны можно непосредственно ввести с клавиатуры, при этом курсор автоматически перепрыгнет в нужный участок спектра, а в правой части в рамке высветится цвет, соответствующий этой длине волны. Нажатие клавиши "Ввод" оканчивает этот блок, причем в основную программу передается значение длины волны. Интерференционная картина в блоке "измерения" будет отображаться цветом, соответствующим данной длине волны. Если выбранное значение соответствует инфракрасному или ультрафиолетовому диапазону, то изображение будет черно-белым.

Расстояние. Эту клавишу следует нажимать коротким быстрым движением на компьютерах последних моделей с высокой тактовой частотой, в противном случае компьютер успеет среагировать на нажатие несколько раз и выйти из подпрограммы. На экране появляется диметрическая схема эксперимента. Пользуясь клавишами "влево" или "вправо", можно перемещать плоскость наблюдения. Допускается также ввод с клавиатуры необходимого расстояния z в см. При этом на экране автоматически происходит позиционирование плоскости наблюдения. Клавиши "Home" и "End" перемещают плоскость наблюдения на максимальное и минимальное расстояния.

Апертура (параметры отверстия). Появляется информационное окно, в котором вводятся длина и ширина отверстия в мкм, а в случае двух щелей - дополнительно расстояние между ними. Параметры, задаваемые по умолчанию (длина волны и расстояние), отображаются в нижней части окна.

Результат. Если все параметры заданы, то задача идет на счет. Если нет, автоматически происходит переход на задание недостающих параметров. После вычисления на экране представляются двумерное распределение интенсивности и трехмерный график этого распределения. Происходит переход в горизонтальное меню.

Измерение. Двухмерное распределение интенсивности изображается в соответствующем окне 64 оттенками цвета, соответствующего выбранной длине волны. Передвигая маркер по изображению в информационном окне, можно определить координаты точки и интенсивность света в ней. Внизу вычерчивается профиль интенсивности вдоль линии, тянущейся за маркером.

Смена окна. На экране одновременно могут быть отображены результаты двух экспериментов, что позволяет производить сравнение картин дифракции (интерференции) при изменении длины волны, расстояния и т.д.

Порядок выполнения и оформления работы.

Изучение дифракции. Провести два эксперимента.

- а) Изменяя ширину b и высоту h прямоугольного отверстия
- определить ширину центрального максимума, занести данные в таблицу.
- В таблице приведены рекомендуемые значения b и h в мкм

	b , мкм	h , мкм	l_b
1	2	4	
2	4	4	
3	8	4	
4	32	4	

- построить зависимость ширины максимума l_b от размера отверстия b ;
- сделать вывод о зависимости области дифракции l_b от размеров отверстия.

Порядок определения ширины центрального максимума:

- установить маркер в точку, где интенсивность принимает максимальное значение («интенсивность 100%»);
- перевести маркер вдоль горизонтальной оси в точку ближайшего минимума («интенсивность 0%») слева от главного максимума, нажать клавишу "Пробел";
- перевести маркер вдоль горизонтальной оси в точку ближайшего минимума («интенсивность 0%») справа от главного максимума;
- в нижнем левом окне после слова "Расстояние" считать значение l_b - это величина отрезка прочерченного за маркером на дифракционной картине (рис.6)

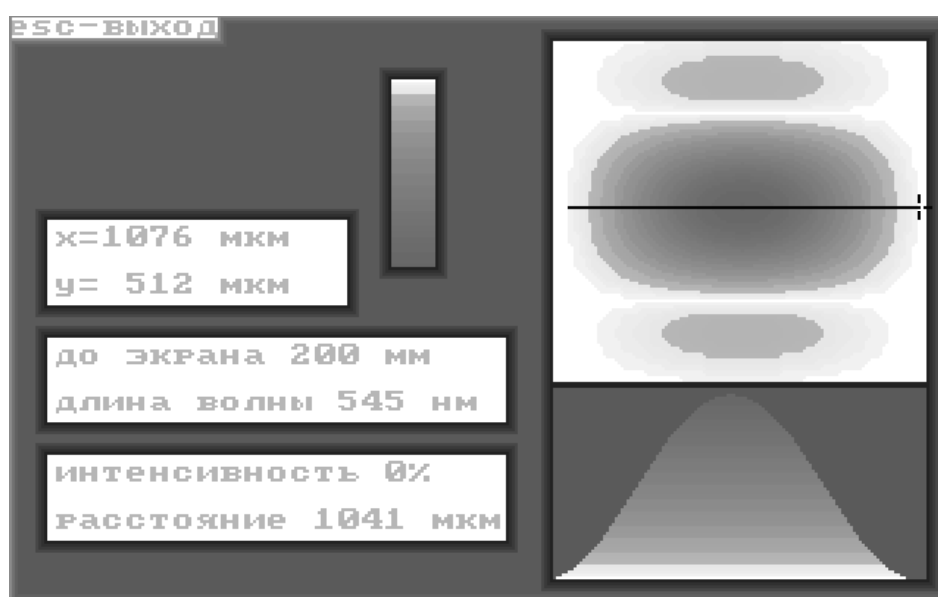


Рис. 6. $l_b = 1041$ мкм

б) Меняя 3-5 раз длину волны необходимо:

- определить ширину центрального максимума l_b ;
- построить зависимость ширины максимума от длины волны;
- записать вывод о зависимости области дифракции от длины волны;

Изучение интерференции.

При освещении экрана с двумя отверстиями за экраном возникают две волны. Сложение волн, распространяющихся от каждой из щелей, приводит к их интерференции, что существенно меняет картину в плоскости наблюдения.

в) Задавая размеры щелей b и h и расстояние d между ними:

- получить изображение интерференционных полос;
- изменяя 3-4 раза длину волны, определить период интерференционных полос T (рис. 7). Порядок измерения периода такой же, что и в случае l_b для дифракции. Построить зависимость периода T от длины волны;
- записать вывод о зависимости периода T от длины волны.

Рекомендуемые значения параметров отверстий в мкм: $b = 2$, $h = 2$, $d = 8$.

г) Изменяя 4 раза расстояние d между отверстиями:

- определить период интерференционных полос T ;

Рекомендуемые значения в мкм:

1-е окно: $b = 2$, $h = 2$, $d = 4$.

2-е окно: $b = 2$, $h = 2$, $d = 6$.

1-е окно: $b = 2$, $h = 2$, $d = 8$.

2-е окно: $b = 2$, $h = 2$, $d = 16$.

- построить зависимость периода T от величины $1/d$.
- записать вывод о зависимости периода T от расстояния d .

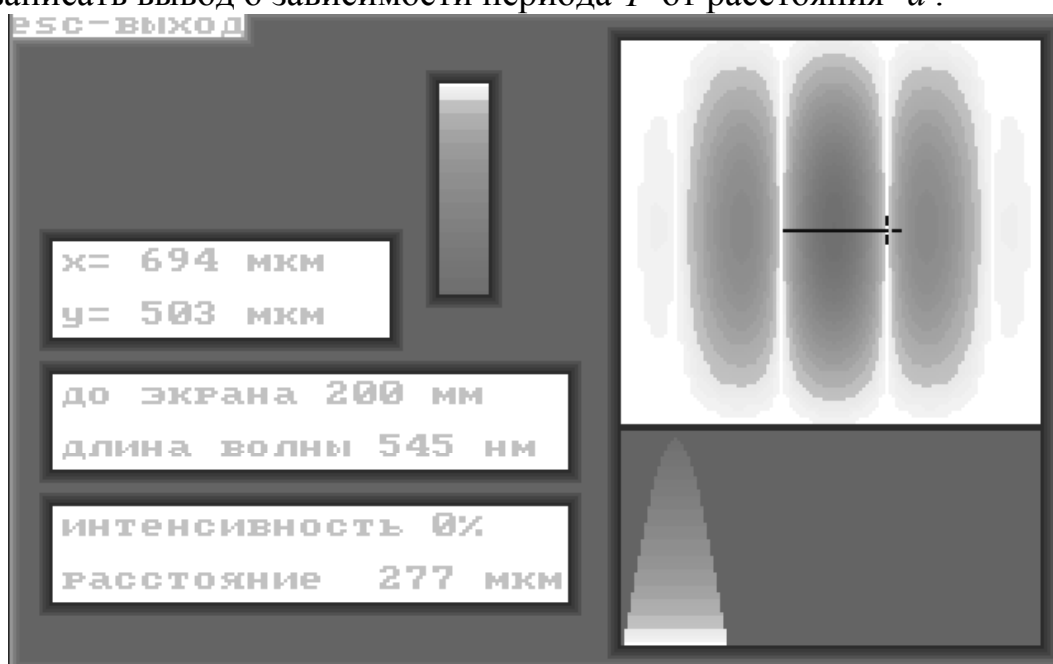


Рис.7. $T = 277$ мкм.